



PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN CIENCIAS
ECONÓMICAS

Idónea Comunicación de Resultados:

LA APLICACIÓN DE LOS PROCESOS ESTOCÁSTICOS EN LA TEORÍA
ECONÓMICA Y EN LOS MERCADOS FINANCIEROS

Presenta:

Raziel Pichardo Jiménez

Asesora:

Dra. Abigail Rodríguez Nava

Co-asesor:

Dr. Agustín Raymundo Vázquez García

Marzo 2021

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Problema de investigación	2
1.2 Objetivos de investigación.....	4
1.3 Metodología de la investigación	5
2. RIESGO, INCERTIDUMBRE Y FORMACIÓN DE EXPECTATIVAS.....	6
2.2 Riesgo e Incertidumbre	7
2.2.1 La no distinción.....	9
2.3 Aportes a la distinción del riesgo y la incertidumbre	12
2.4 La Formación de Expectativas.....	16
2.4.1 Modelos de formación de expectativas	17
2.4.2 Herbert Simon y sus Expectativas Limitadas.....	22
2.4.3 Economía conductual: Robert Shiller y Richard Thaler	25
3. LOS PROCESOS ESTOCÁSTICOS DENTRO DE LA TEORÍA ECONÓMICA	28
3.1 Evolución del cálculo estocástico en la macroeconomía	32
3.1.1 Política fiscal y monetaria en la Nueva Macroeconomía Clásica	36
3.2 Aplicación de procesos estocásticos en la teoría económica	38
3.3 Impacto económico de la tasa de interés estocástica, un ejemplo de aplicación	40
4. SIMULACIÓN DEL TIPO DE CAMBIO USD/MXN A TRAVÉS DE LOS PROCESOS ESTOCÁSTICOS.....	44
4.1 Caminata aleatoria y un movimiento geométrico browniano	46
4.1.1 Comportamiento del Tipo de Cambio.....	48
4.1.2 Resultados Empíricos.....	52
4.2 Comentario final sobre la utilización de los procesos estocásticos	58
5. CONCLUSIONES.....	61
BIBLIOGRAFÍA	64
APÉNDICES	69

RESUMEN

La política económica y los mercados financieros cambian en función de las dinámicas de las variables macroeconómicas y las expectativas de los agentes económicos.

En este sentido, para cualquier país es preciso desarrollar metodologías efectivas que resuelvan los problemas económicos actuales, entre ellos, la reducción del riesgo y la mitigación de la incertidumbre económica. Para ello, la aplicación de procesos estocásticos representa un método aceptado para el modelamiento de variables y el diseño de políticas fiscales y monetarias. El problema que pretende resolver la presente investigación está sustentado en la necesidad de resaltar la aplicación de procesos estocásticos en la política económica y su eficiencia en la comprensión de los mercados financieros, específicamente al modelar la dinámica de variables económicas, como tipo de cambio, tasa de interés, tasa de inflación, que pueden contribuirse a mejorar la definición de la política fiscal y monetaria.

Para cumplir el propósito de la investigación se propone una metodología que esté orientada a realizar una distinción teórica entre los conceptos de riesgo e incertidumbre económica, además de justificar la usabilidad de la formación de expectativas. Por otro lado, se buscó sustentar la idea y aplicación de los procesos estocásticos dentro de la teoría económica ortodoxa junto con su evolución.

Los resultados de la investigación aportan un análisis crítico de los aportes de los métodos estocásticos en el diseño de políticas económicas y brinda una postura investigativa independiente; además, los resultados ponen en evidencia la necesidad darle una ruta de investigación futura con mayor profundidad, con el propósito de poner en la práctica la aplicación de los criterios teóricos aquí desarrollados.

Códigos JEL: C15; D81; D84

Palabras clave: Métodos de simulación estadística, Método de Monte Carlo; riesgo e incertidumbre; Expectativas

SUMMARY

Economic policy and financial markets change according to the dynamics of macroeconomic variables and the expectations of economic agents.

In this sense, any country needs to develop effective methodologies to solve current economic problems, including the reduction of risk and the mitigation of economic uncertainty. To this end, the application of stochastic processes represents an accepted method for the modelling of variables and the design of fiscal and monetary policies. The problem that this research aims to solve is based on the need to highlight the application of stochastic processes in economic policy and their efficiency in understanding financial markets, specifically when modelling the dynamics of economic variables, such as the exchange rate, interest rate and inflation rate, which can contribute to improving the definition of fiscal and monetary policy.

In order to fulfil the purpose of the research, a methodology is proposed that is oriented to make a theoretical distinction between the concepts of risk and economic uncertainty, as well as to justify the usability of the formation of expectations. On the other hand, we sought to support the idea and application of stochastic processes within orthodox economic theory along with its evolution.

The research results provide a critical analysis of the contributions of stochastic methods in the design of economic policies and offer an independent research stance; furthermore, the results highlight the need for a more in-depth future research path in order to put into practice the application of the theoretical criteria developed here.

1. INTRODUCCIÓN

El estudio y la aplicación de los procesos estocásticos constituyen una de las metodologías con mayor aceptación desde la teoría ortodoxa en el ámbito académico y económico para el modelamiento de variables para la predicción de escenarios económicos, como financieros. El cálculo estocástico surge con el afán de intentar dar respuestas puntuales y precisas, en el ámbito económico dentro de la teoría ortodoxa, ya que; los agentes económicos y entidades públicas como privadas requieren realizar proyecciones a corto y largo plazo, con el objetivo de establecer la viabilidad económica de una inversión y el riesgo de la misma. La optimización de recursos económicos, la reducción del riesgo, la toma de decisiones, la fijación de precios y la mitigación de la incertidumbre, son factores que el proceso estocástico pretende resolver, todo esto mediante la interpretación de probabilidades y la realización de análisis econométricos, como matemáticos.

El análisis económico suele funcionar a través de paradigmas lineales en el tiempo. Es decir, se considera válida la visión de que para cada acción hay una reacción proporcional y esto se puede ver al estudiar cada una de las teorías. Sin embargo, en la actualidad, las reacciones proporcionales no son exactas, generando así, un grado significativo de incertidumbre y riesgo. En este sentido, las políticas económicas se enfrentan a situaciones de no-linealidad, complicando así, el análisis predictivo y las proyecciones económicas. Dicho esto, los procesos estocásticos vienen siendo utilizados para el modelamiento de variables que permitan determinar el riesgo, la probabilidad y el grado de incertidumbre en la economía como también en el ámbito financiero.

Por otro lado, el diseño de políticas monetarias y fiscales, suponen la integración de modelos estocásticos para el análisis de variables microeconómicas y macroeconómicas, esto con el fin de tener un mejor panorama de su comportamiento que influye en la toma de decisiones de nuevas políticas para continuar manteniendo sus objetivos. Dicho esto, es preciso establecer y resaltar la importancia de los procesos estocásticos en el diseño de políticas económicas.

La presente investigación tiene como propósito resaltar que la aplicación de los procesos estocásticos pueden ser una herramienta de análisis efectivo para reducir el riesgo y mitigar

la incertidumbre tanto en la economía como en las finanzas, específicamente al modelar la dinámica de variables económicas, las cuales pueden contribuirse a mejorar la definición de la política fiscal y monetaria. Con este fin, se propone una metodología de investigación teórica-empírica que se sustenta en una revisión teórica de los aportes de la corriente estocástica en el diseño de políticas fiscales y monetarias, culminando con un caso práctico.

La estructura de este trabajo de investigación se encuentra dividida en tres apartados fundamentales. El primero tiene como objetivo realizar una descripción y discusión teórica de la distinción del riesgo y la incertidumbre en el marco económico. Seguido a ello, se realiza un análisis de la formación de expectativas en la teoría económica. El segundo apartado tiene como finalidad justificar la idea y utilización de los procesos estocásticos dentro de la teoría económica ortodoxa y observar cómo han ido avanzando. Para así, expresar donde están estos modelos en la macroeconomía (como en la política monetaria y la política fiscal) junto con las limitaciones que han tenido estos modelos en la teoría monetaria y fiscal determinística. Como parte concluyente de este apartado, se presentan ejemplos de aplicación de los procesos estocásticos en la política económica. Y el Tercer apartado consiste en una construcción sencilla de una simulación del tipo de cambio con caminata aleatoria y movimiento geométrico browniano.

Como resultado final, se espera establecer conclusiones que aportan un análisis crítico de los métodos estocásticos en el diseño de políticas económicas y brindar una postura investigativa independiente; además, los resultados ponen en evidencia la necesidad darle una ruta de investigación futura con mayor profundidad, con el propósito de poner en la práctica la aplicación de los criterios teóricos aquí desarrollados.

1.1 Problema de investigación

Esta investigación tiene como problema central mostrar que la formalización de los procesos estocásticos dentro de la teoría económica contribuye a definir políticas monetarias y fiscales eficaces, esto es así porque al modelar la dinámica de variables tales como, el tipo de cambio, la tasa de interés, o la tasa de inflación, se incide directamente en la definición del presupuesto público, el costo financiero de la deuda, o las expectativas de inflación, etc.

La investigación también pretende mostrar que la aplicación de los procesos estocásticos extiende las primeras propuestas de formalización de expectativas de la teoría ortodoxa con las que se buscaba comprender el riesgo y aminorar la incertidumbre; estos temas son también parte de la agenda de investigación de la Nueva Macroeconomía Clásica.

Esto sustentado bajo la idea de que; el alto grado de integración de los mercados y la liberalización de los flujos de capital han generado incertidumbre y creciente volatilidad, incluso efectos de contagio en los distintos mercados creando sistemas frágiles, por lo que esta integración reduce la diversificación que contribuye parcialmente en la cobertura del riesgo como un mecanismo natural, este fenómeno se ha reflejado más en los periodos de crisis cuando la volatilidad tiende a incrementarse notablemente y los efectos positivos de la diversificación son necesarios para los inversionistas institucionales como instituciones gubernamentales. Por lo tanto, se enfrentan al desafío y la prioridad de crear eficientes procedimientos que ayuden a mitigar los efectos negativos de la volatilidad. Uno de los instrumentos más utilizado es el uso de contratos de futuros, el cual se ha convertido en una efectiva herramienta para controlar la exposición al riesgo de precios en periodos de alta volatilidad e incertidumbre.

Por otra parte, la modelación con procesos estocásticos también ha sido una de las metodologías utilizadas en el campo de la administración del riesgo, el cual es un tema importante y de interés en el diseño para generar estrategias óptimas, las cuales son utilizadas para analizar el comportamiento de una serie y reducir el riesgo.

Por lo tanto, las variables económicas cambian continuamente, por ende, la información existente y las expectativas que se tienen de las variables no son constantes, es decir, son inciertas. Por lo que cada vez más existen un sin fin de estrategias y metodologías para tratar de explicar y pronosticar el comportamiento de las variables, basadas por diversos factores como la utilización de modelos estáticos y dinámicos, como también matemáticos como lo son los procesos estocásticos, para calcular los precios o bien, tener una predicción de la serie o de su volatilidad.

En palabras de Valderas y Alba (2002), “El estudio de los mercados financieros, cada vez más desarrollados y con productos cada vez más complejos, exige el desarrollo de una

metodología para la determinación de los precios de los activos correspondientes y para el análisis de los mercados” (pág. 3).

Por lo que el estudio de los procesos estocásticos es relevante para determinar si su aplicación es efectiva y eficaz en función de la comprensión y modelamiento de la teoría económica y los mercados financieros. En este sentido, los procesos estocásticos son una herramienta que apoya la formalización de riesgos e intenta compensar o reducir el contexto de incertidumbre ante el hecho de que no se cuenta con información perfecta y completamente confiable. Bajo este contexto su formalización puede ser clave dentro de la economía para definir políticas económicas que permitan aumentar el bienestar social, al hacer una diferencia en el tratamiento de los problemas y encontrar la mejor estrategia. O bien estos procesos pueden ser utilizados por el inversor para lograr anticiparse a los movimientos futuros del mercado.

La hipótesis de la investigación es que la aplicación de procesos estocásticos en la formalización de la dinámica de variables económicas y financieras contribuye cuantitativamente a la reducción del riesgo económico porque implica una mejor administración y gestión de recursos económicos.

1.2 Objetivos de investigación

Para dicha investigación se tienen los siguientes objetivos;

- Mostrar que la formalización de los procesos estocásticos dentro de la teoría económica contribuye a definir políticas monetarias y fiscales eficaces.
- Mostrar que la aplicación de los procesos estocásticos son una derivación de los primeros aportes de formalización de expectativas de la teoría ortodoxa para el modelamiento y comprensión del riesgo y la mitigación de la incertidumbre.
- Identificar la función de los procesos estocásticos en la comprensión de los mercados financieros en la reducción del riesgo, lo que es parte de la agenda de investigación de la Nueva Macroeconomía Clásica.

1.3 Metodología de la investigación

Para el caso de la presente investigación el fenómeno a estudiar está relacionado con el aporte de los procesos estocásticos a la teoría económica, desde cómo se incorporan y pueden mejorar la toma de decisiones para así reducir el riesgo y la incertidumbre. Por lo que este estudio se realiza de forma teórica y empírica.

Para el planteamiento de la metodología de investigación seleccionada se tuvieron en cuenta tres aspectos importantes: el enfoque de la investigación, el tipo de investigación y la construcción teórica del proceso; para la comprensión del enfoque de la investigación se hizo referencia la metodología teórica, debido a que se hace una discusión de la distinción de los conceptos de incertidumbre y riesgo, y además se mencionan las limitantes de las expectativas económicas, y por último se trata de identificar en qué momento se introducen de los procesos estocásticos dentro de la teoría económica y si dicha introducción ha generado resultados positivos. Seguido se utiliza una metodología empírica para desarrollar de manera breve la simulación de un proceso estocástico en el tipo de cambio.

El enfoque de la investigación también se explicaría según Arnald (1992) por su carácter descriptivo, ya que la estructura del presente trabajo encajaría en este modelo de investigación, puesto que el resultado final esperado en términos teóricos está orientado a determinar el aporte de los procesos estocásticos en el diseño de políticas económicas (fiscales y monetarias) y en el esfuerzo por reducir el riesgo y mitigar la incertidumbre.

Lo que se busca en el caso puntual de esta investigación, es una interpretación cuantitativa y cualitativa de los aportes de la teórica de los procesos estocásticos en función del modelamiento dentro de la economía como en el mercado financiero; cumpliendo así, con el precepto dicho por Gómez (2010): “la lógica de la construcción del conocimiento se orienta justamente hacia lo interpretativo-comprensivo” (pág. 231).

Finalmente, se determina que el alcance de la metodología de investigación seleccionada busca nuevas propuestas para determinar el aporte de estos procesos dentro del ámbito económico, invitando así, a darle continuidad a una futura investigación.

2. RIESGO, INCERTIDUMBRE Y FORMACIÓN DE EXPECTATIVAS

La estimación de la probabilidad y la volatilidad dentro de los mercados financieros es determinante para la toma de decisiones en casi todas las áreas de la administración y gestión, pero también en el ámbito económico, ya que tiene incidencia directa en la interpretación de precios, rendimiento, tiempos y valor del capital. En términos estocásticos, la probabilidad y la volatilidad, suponen ser variables que determinan la incertidumbre y el riesgo en la operación de mercados. Aunque hay muchas maneras de definir el riesgo, por el momento se definirá como la probabilidad de que ocurra algún evento desfavorable.

Entonces, el desconocimiento sobre el futuro causa que la toma de decisiones relacionada con efectos económicos forme una de las actividades más desafiantes para los individuos, empresas y gobierno. Además de que la mayoría de las decisiones que se toman día a día se centran en una serie de opciones y restricciones con información incompleta.

De hecho, el desconocimiento del futuro tiene tres consecuencias importantes según Ros (2012); La *primera* es que las decisiones de un futuro lejano se le dan menos importancia y esto se debe a que entre más lejano es el periodo futuro considerado, menos se sabe sobre él y mucho menos se pueden aplicar los cálculos de la probabilidad, una *segunda* es que, se tiene que usar el presente y el pasado reciente para tratar de averiguar los eventos futuros, y una *tercer* consecuencia es que se depende de las opiniones de otros para formular una mejor opinión sobre el futuro.

Por lo que la teoría de la probabilidad consiste en un extenso cuerpo de conocimientos relacionados con el tratamiento del riesgo y la incertidumbre, y dentro del contexto económico y financiero, los experimentos aleatorios varían según el periodo que se pretende analizar, y este modelamiento del comportamiento del mercado se realiza en función de determinar el precio y rendimientos, para así determinar el grado de riesgo que se puede asumir en el intercambio del mismo. Por ejemplo, los modelos discretos y continuos son utilizados en gran medida para determinar la probabilidad de la volatilidad de series financieras. En palabras de Grajales y Ocaris (2008), “Dichos modelos se utilizan con

frecuencia en el área de finanzas, ya que el inversionista está interesado en pronosticar la tasa de retorno y su volatilidad solamente sobre el período de tenencia y el emisor en analizar el rendimiento y la volatilidad esperados en la vida del instrumento financiero” (pág. 115).

Los fuertes cambios en la varianza de las series económicas y financieras han puesto en evidencia la necesidad de aplicar “procesos de modelación” que permitan observar hechos del pasado para retroalimentar el comportamiento del presente y proyectar las condiciones del futuro. La aplicación de los procesos estocásticos en función de establecer la probabilidad de la volatilidad de los mercados funciona en la medida que los actores que intervienen en el proceso de oferta y demanda interpretan las variaciones del pasado para establecer las características y condiciones del futuro.

En conclusión, las necesidades de aplicar modelos dentro de la teoría económica pueden llegar a ser útiles en la evaluación y comprensión de la volatilidad de variables económicas, para mejorar la toma de decisiones. En este sentido, el riesgo y la incertidumbre serían factores que podrían ser estimados y evaluados de forma “casi” precisa, en la medida que los hallazgos obtenidos por la aplicación de los modelos arrojen escenarios positivos o negativos, de acuerdo con la aplicación de los modelos, Grajales y Ocaris (2008) lo explican de la siguiente manera:

“cuando el rendimiento cae por debajo de lo esperado conduce a un escenario en el que las noticias son malas (mayor riesgo), esto se asocia con que la volatilidad se incrementa; por otra parte, cuando las noticias son buenas, la volatilidad disminuye (menor riesgo)” (pág. 117)

A continuación, se presenta una descripción de los conceptos de riesgo e incertidumbre. El cual se pretende hacer su distinción, ya que algunos economistas y teóricos, hablan de estos como si fueran los mismos, pero otros hacen una distinción entre estos dos conceptos.

2.2 Riesgo e Incertidumbre

Sin duda al tratar este tema se requiere de disciplina y ausencia de temor a lo complejo, ya que existe un gran debate y controversia acerca de estos términos, y no solo en el ámbito económico donde las decisiones son inciertas por la información incompleta, sino dentro de

cualquier área del saber, incluso acerca de la definición de dichas palabras “*riesgo e incertidumbre*”. Desde la literatura especializada, el conocimiento tradicional y contemporáneo se ha abordado el concepto de incertidumbre en función del riesgo desde diferentes perspectivas teóricas y prácticas. Por un lado, se explica la incertidumbre por grados (corriente fuerte), y también se explica desde la especulación, la ignorancia o el desconocimiento práctico (corriente débil). Desde la perspectiva de la estadística, el cálculo de la incertidumbre funciona como una “herramienta de predicción”, donde se pretende visualizar un futuro posible de un escenario económico.

Pero cuando se aplica la incertidumbre y el riesgo en las ciencias sociales emergen diferentes tipos de riesgo, algunos de tipo objetivo, subjetivo, global, hasta inductivo, esto varía dependiendo del tipo de análisis o los resultados esperados, por ejemplo, Rivera (2007) dice; “Si el riesgo es fruto del análisis de las probabilidades por parte de los expertos, nace el riesgo objetivo como contraposición al riesgo subjetivo” (pág. 16). En general los conceptos de riesgo, incertidumbre e incluso de probabilidades; difieren de su aplicación dependiendo del área de conocimiento. Desde la economía, para los neoclásicos y la nueva macroeconomía clásica el riesgo e incertidumbre es lo mismo; para la corriente Keynesiana y pos-keynesiana el riesgo y la incertidumbre no son lo mismo, según ellos el riesgo es medible y la incertidumbre no es medible.

Sin embargo, todos los conceptos de riesgo expuestos por la literatura especializada concuerdan que el concepto rodea la idea de contingencia, explicada por Reen (2005) como, “la distinción entre eventos posibles y reales o acciones posibles y elegidas”. Por otro lado, Hansson (2011) afirma que el concepto de riesgo también está asociado con la falta de conocimiento. Autores como Kuritzkes y Schürmann (2010) “llaman al riesgo conocido (K) si puede ser identificado y cuantificado ex ante; desconocido (u) si pertenece a un colectivo de riesgos que puede ser identificado, pero no cuantificado de manera significativa en la actualidad” (pág. 104).

Debe mencionarse que detrás de todo tipo de riesgo existe un factor de probabilidad de que ocurra un evento o no, lo cual genera un grado de conocimiento acerca del evento, mientras que la incertidumbre es la ausencia de conocimiento de lo que puede suceder.

Para conveniencia de la presente investigación, a continuación, se realiza una descripción teórica de la corriente fuerte y débil del riesgo como incertidumbre.

2.2.1 La no distinción

Dentro de la corriente del pensamiento neoclásico, no existe una importancia al distinguir los conceptos riesgo e incertidumbre. Esta afirmación está sustentada en el estudio de los distintos aportes de esta escuela a la teoría económica, ya que se caracterizan por una elevada formalidad en sus modelos econométricos, sin embargo, al establecer los supuestos de los agentes económicos son muy simplistas al asumir racionalidad e información perfecta.

Con base en lo anterior, se puede entender que no se distingue entre riesgo e incertidumbre en los escritos neoclásicos, porque parecieran estar solapados ambos conceptos, incluso la figura del empresario es casi ignorada, todo esto es comprensible porque si la información es perfecta, los agentes manejan poca incertidumbre o tienen un conocimiento amplio (perfecto), siendo así, que los agentes se ajusten pasivamente a los parámetros del mercado.

Es decir, que la economía ortodoxa supone que todos los agentes económicos actúan racionalmente y que toman decisiones buscando maximizar una utilidad, sin embargo, este planteamiento lleva implícito que todas estas se realizan de manera consciente, aunque en realidad hay decisiones que se toman de manera inconsciente, las cuales son influenciadas principalmente por factores como las emociones, los recuerdos, impulsos, expectativas, consumo previo (experiencias), etc. Y además el tomar decisiones racionales y acertadas implica tener un conocimiento amplio de las probabilidades que se produzcan diversos sucesos, pero los agentes no lo saben todo, debido a que el conocimiento que se tiene sobre el futuro es incierto.

Según Gordon (1994), la teoría neoclásica de la inversión supone que la tasa marginal de retorno es igual a la tasa de interés, esta aseveración descansa en el supuesto que el futuro es cierto, seguro, de aquí que se desprenda una tasa de interés libre de riesgo. Nuevamente puede notarse que los modelos macroeconómicos neoclásicos asumen información perfecta, dándole seguridad en la toma de decisiones a los agentes económicos, alejándolos de la incertidumbre.

Corriente Débil

Según esta corriente “El riesgo es incertidumbre. La incertidumbre es riesgo”, apelando así a la postura neoclásica, ortodoxa y la nueva macroeconomía. De acuerdo con Beck (1998), “afirmar que, en la ignorancia de los riesgos no perceptibles, crecen y prosperan los riesgos. De esta manera, los riesgos se hacen globales en la medida que no conocen fronteras, son universalizados por el aire, el viento, el agua y la cadena alimenticia”. Según este autor, los riesgos inexistentes son riesgos ignorados, dicho esto, la corriente débil señala que las incertidumbres son epistémicas, atribuyéndole al riesgo una característica plenamente de incertidumbre.

“Una sociedad con un grado de conocimiento bajo o nulo en lo que respecta a los nuevos riesgos (cambio climático dos décadas atrás, por ejemplo), es una sociedad de incertidumbres” (pág. 17).

En esta corriente de pensamiento el desarrollo del conocimiento es fundamental para interpretar y conocer el riesgo y la incertidumbre, sin él, el ser humano no podría construir posibles escenarios que le contribuyan a tomar decisiones desde la razón, la lógica y la matemática. Caso contrario, en la corriente fuerte, cuya aplicación se concentra en pruebas de análisis detalladas y cuantitativas, permite al ser humano una alta comprensión del riesgo y la incertidumbre, haciendo así, una distinción marcada entre ellas, permeando escenarios futuros probabilísticamente acertados.

Corriente Fuerte

Para esta corriente de pensamiento el riesgo es incertidumbre en la medida que se cumpla el principio de grados o niveles de conocimiento. En principio, se destaca una distinción entre ambos conceptos, atribuyéndole a la incertidumbre un componente complementario al riesgo, esto quisiera decir que, lo que ignora el ser humano es un complemento al conocimiento del mismo. Bajo esta premisa, emergen ciertos interrogantes tales como: ¿se puede medir la ignorancia?, ¿cuál sería el grado de ignorancia?, ¿Cuáles son los criterios para establecer los grados de incertidumbre?; En este sentido, entre menor incertidumbre se tenga, mayor conocimiento se posee, según Reen (2005), “En este estado de conocimiento (o de la incertidumbre) es posible divulgar ese grado de conocimiento, se hacen posibles y racionales

las políticas públicas acerca del cuidado de nuestro medio ambiente. El riesgo es creado, representado y divulgado y la percepción del riesgo crece también en grado” (pág. 19).

En teoría, existen dos tipos de incertidumbre: la epistémica y la estadística, la primera de ellas está alineada con la postura de la corriente débil, sin embargo, con una investigación más profunda se podría catalogar como una incertidumbre con el “principio de precaución”. Por otro lado, la incertidumbre estadística para Rivera (2007) “Es la incertidumbre buscada o explicada desde los diferentes modelos estadísticos que permiten predecir posibles escenarios” (pág. 20). En este sentido, la incertidumbre estadística provee un escenario posible de lo que podría suceder en un futuro, sin embargo, no brinda una certeza absoluta; como lo afirma Zwick y Reen (2002):

“La incertidumbre se refiere a un desconocimiento del futuro, no al desconocimiento de lo que ya es conocido. Es un concepto de incertidumbre más complejo que se vincula a otros igualmente complejos y debatidos como la probabilidad, la verdad, la certeza y la validez de un enunciado o proposición. En este tipo de incertidumbre es posible encontrar una luz en el túnel de la confusión” (pág. 1)

En términos generales, la posibilidad o imposibilidad de predecir es un rasgo característico del riesgo, donde el objetivo principal es construir escenarios posibles a partir de condiciones e información conocidas. La incertidumbre limita la predicción, esto según Rivera (2007).

“El riesgo es un grado de incertidumbre, pero con probabilidades y efectos (costo-beneficio) conocidos” (pág. 21).

En la obra de Keynes, *A Treatise on Probability* (1921), explica la formación de expectativas sobre el futuro basado en el concepto de probabilidad, definiéndola como una serie de reglas lógicas que conjugan los conocimientos iniciales de las personas con sus conclusiones que surgen de estos conocimientos iniciales, referidas al futuro. Por lo que, cuando Keynes aplica el concepto de probabilidad encuentra que la información con la que disponen los inversionistas para tomar decisiones es muy débil, lo que lo lleva a definir un concepto de incertidumbre como poca confianza de las personas en las variables en las que basan sus análisis, es decir, esta incertidumbre depende de opiniones promedios de otros para formular

la mejor sobre el futuro, por eso los estudiosos y seguidores de la escuela keynesiana, afirman que en Keynes se establecen grados de incertidumbre.

Esta incertidumbre también afecta la demanda de dinero. Los individuos mantienen como dinero líquido una cantidad mayor de la requerida para realizar sus transacciones, ya que la incertidumbre provoca que los individuos mantengan dinero para prevenir gastos en el futuro, y mantienen saldos líquidos de dinero por motivo precaución.

Tomando en consideración esta segunda postura, puede afirmarse que es un poco más robusta que la primera al darle importancia a la incertidumbre y al riesgo, sin embargo, no queda claro si estos grados de incertidumbre pueden ser clasificados cualitativamente o cuantitativamente, si son objetivos o subjetivos, entonces, para efectos de esta investigación sirve como base teórica pero no como argumento central.

2.3 Aportes a la distinción del riesgo y la incertidumbre

Frank Knight, es considerado uno de los grandes economistas y pensador ecléctico de la escuela ortodoxa clásica de Estados Unidos. A él se le atribuye gran parte de la teoría del riesgo, la incertidumbre y beneficio económico. Sus aportes estuvieron dirigidos a la competitividad empresarial y la obtención de beneficios económicos, una de sus premisas iniciales fue: "una organización libremente competitiva de la sociedad tiende a recompensar a todos los participantes en la producción con el aumento del dividendo social que su cooperación ha hecho posible" (Knight, 2002).

En la teoría clásica Knight, describe al sujeto económico como todo individuo que posee un conocimiento para predecir el futuro, esto solo se aplica en una economía perfecta y estática, lo cual difiere con el concepto de incertidumbre en función de la comprensión económica de la sociedad. Este economista trata de alejarse de la concepción clásica, tal y como lo dice Tarapuez, Zapata y Agreda (2008) "la necesidad de pasar al estudio de la competencia imperfecta, de la dinámica, y por lo tanto del papel de ese personaje central que es el empresario" (pág. 88). Desde la perspectiva de Knight, la escuela clásica solo se concibe desde beneficio (utilidad), es decir, ubicado en el modelo capitalista, y no desde la perspectiva del emprendedor, que es donde se ubica el riesgo y la incertidumbre en la economía y realidad empresarial contemporánea.

Knight, expone claramente que el riesgo es parte fundamental en el proceso de adquirir beneficios, explicando de la siguiente manera:

“el principal papel del empresario es el de asegurar las rentas de los factores productivos soportando el riesgo de la actividad económica de la empresa. El empresario adquiere los factores de producción a un precio cierto (conocido) y tiene que hacer previsiones futuras sobre la demanda que es incierta tanto en la cantidad que podrá vender como en el precio al que lo podrá hacer. Por tanto, el empresario asume un riesgo y el beneficio es la recompensa por asumir riesgo” (Knight, 1921)

La utilidad o beneficio empresarial es considerado según Knight como un beneficio residual, además de ser incierto. El riesgo agrupa una serie de probabilidades aleatorias previamente conocidas, y la incertidumbre según Knight (1921) es la reunión de probabilidades desconocidas que no se pueden asegurar. En este sentido, el autor propone la existencia de diferentes tipos de incertidumbres, “una incertidumbre mensurable, o riesgo propio, tal como emplearemos este término, es tan diferente de una inmedible que, en efecto, no es de ningún modo incertidumbre” (pág. 17), es decir, la incertidumbre se atribuye a los casos no cuantitativos. Esto dependerá del riesgo que el empresario o inversionista está dispuesto a asumir, (aversión, indiferencia o preferencia al riesgo). Dicho esto, Knight propone dos tipos de riesgo:

- Riesgo Técnico, “medida de la incertidumbre asociada a que se produzcan los productos en las condiciones y características previstas”.
- Riesgo Económico, “medida de la incertidumbre asociada a que los ingresos por ventas superen a los costes”.

Para este economista un amplio conocimiento de sucesos previos dentro de diferentes sucesos homogéneos posibilita la interpretación y proyección del riesgo, por ejemplo Rothbard (2004) expresa que:

“una empresa que produce chapas puede saber con base en su extensa experiencia que una proporción casi fija de estos artículos saldrá defectuosa, por ejemplo, el 1 por ciento de toda la producción... Este conocimiento puede convertir el porcentaje de artículos

defectuosos en un costo fijo en el funcionamiento de la empresa, especialmente cuando ocurren bastantes casos” (pág. 14) .

Es decir, afirma que el empresario y/o inversionista tiene como reto “transformar una situación de incertidumbre en una situación de riesgo” esto se puede ver de manera precisa en Tarapuez, Zapata y Agreda (2008), con el propósito de reducir el fracaso en la inversión económica en un mercado determinado.

Por lo tanto, el trabajo de Knight (1921) es de suma importancia, ya que fue quien distinguió entre riesgo e incertidumbre basándose en el razonamiento de que bajo condiciones de incertidumbre no se puede establecer ninguna estimación objetiva basada en la existencia o no de una base lógica o empírica de determinar una distribución de probabilidad de los estados de la naturaleza posible. Así, cuando es factible tomar decisiones con base en probabilidades de estadística o a priori la empresa se encuentra en condiciones de riesgo; cuando no puede efectuarse una asignación de probabilidad objetiva y subjetiva entonces se encuentra en condiciones de incertidumbre, y esta es la base en que se fundamentan diversos autores para distinguir entre riesgo e incertidumbre.

Frank Knight establece que no es lo mismo hablar de riesgo o incertidumbre, que el riesgo es la aleatoriedad con probabilidad conocida y la incertidumbre es la aleatoriedad con probabilidad desconocida, incluyó en sus conceptos lo mensurable o medible y lo inmensurable o no medible.

Para Rivera (2017) debe hacerse una distinción entre los conceptos tratados, el riesgo se asocia a conocimiento y la incertidumbre a ignorancia y en el no saber, por lo que no puede haber predicción. Expone términos como probabilidad y posibilidad, afirmando que a veces son usados de manera indistinta y esto es incorrecto, no es igual decir que existe un 80% de probabilidad que contraigas un virus, a afirmar que tienes un 80% de posibilidad de enfermarse con un virus, en la posibilidad hay imprecisión, al igual que cuando una persona dice: no sé. Esta es una respuesta desde la incertidumbre, pero cualquier decisión de esa persona implica un riesgo.

En el documento de Rivera (2017) aclara el principio de incertidumbre, pero éste no lo hace como de "no conocimiento" sino de imposibilidad para determinar dos variables físicas,

ya que a veces la incertidumbre no es ignorancia total, así como el riesgo no es conocimiento pleno. Para aclarar esto expone que la probabilidad subjetiva o bayesiana no mide la incertidumbre, sino el grado de conocimiento que se tiene acerca de algo, por ejemplo, cuando las personas piensan que no va a llover se basan en que están viendo el cielo despejado y si a esto le pueden añadir condiciones atmosféricas, pueden hacer una predicción bastante acertada de que no lloverá en ese día.

Y el riesgo sin conocimiento matemático está basado en creencias, usando el ejemplo de que un individuo que se lanza a un río infectado de pirañas conoce lo que puede pasar, es decir, el riesgo de morir es inminente. Puede cerrarse esta idea diciendo que el riesgo es la creencia de lo que puede pasar, y la incertidumbre es ignorancia y no se mide.

Al llegar a este punto se puede considerar contundente el establecimiento de los conceptos de riesgo e incertidumbre, separando el riesgo como la parte que tiene que ver con lo cognitivo, incluido lo empírico y la incertidumbre como lo desconocido o no estudiado.

El riesgo también puede considerarse como el impacto de que hay información incompleta, es decir, imperfecta en la toma de decisiones. Ante la información que se posee frente a un posible acontecimiento, es evidente que se tomará la decisión basándose fundamentalmente en la información existente, como la experiencia previa, etc. Y por otra parte se puede hablar de incertidumbre en cuanto a la estimación de resultados, reacción de la competencia y cambios de entorno. Por lo que debido a la incertidumbre que se posee sobre situaciones futuras y el hecho que se produzca un evento u otro, el riesgo será mayor o menor.

Por último, según Pascale (2009, pág. 148), las situaciones de riesgo e incertidumbre se distinguen con frecuencia de la siguiente forma;

- El *Riesgo* se refiere a aquellos casos en los que; se saben cuáles son los eventos futuros, se conoce la dimensión de los eventos en términos de la inversión que se analiza, y también se conoce anticipadamente las probabilidades de ocurrencia de los eventos.
- Mientras que la *Incertidumbre* implica situaciones en las cuales; se tiene un conocimiento amplio de los eventos futuros, puede o no conocerse la dimensión de los eventos, y no se conoce con anticipación las probabilidades de los eventos.

Por lo que la posibilidad de conocer la ocurrencia de los eventos conduce a considerar la utilización de distribuciones de probabilidades objetivas, ya que existe una amplia experiencia recabada, y subjetivas cuando la estimación viene de un gran tamaño de la muestra.

2.4 La Formación de Expectativas

La toma de decisiones implica conocer las diferentes alternativas de selección y consecuencias de cada acto, pero estas dependen del estado desconocido de la naturaleza, por lo que el agente decidirá con base en los datos empíricos que estén a su alcance, es decir, utilizará toda la información posible de la mejor forma para así evitar errores en su elección, o podría basarse sobre sus propios juicios subjetivos (experiencias).

Entonces los agentes económicos consideran la probabilidad de que ocurra o no un evento, es decir; intentan reducir el riesgo y la incertidumbre, esto es explicado por los distintos modelos de teoría económica, en algunos se establece la maximización de beneficios, en otros la minimización de costos de transacción, otros tratan acerca de la aversión al riesgo en los distintos mercados financieros. Esto lleva a afirmar, que, si se pueden medir los riesgos, entonces, se pueden gestionar, cubrirlos con un seguro, y puede considerarse que esto es una gran luz que arrojan los modelos económicos al objeto de estudio. Si se considera que el riesgo no es malo, lo incorrecto es no gestionarlo y dejar involucrarse con la incertidumbre.

Pero además dentro del ámbito de la teoría económica se supone que las decisiones de los agentes dependen no solo de los sucesos que han pasado, sino también de las expectativas que se tienen sobre el futuro. En palabras de Hornero (2004) “la formación de expectativas tiende a relacionarse inversamente con el contenido informativo de la misma, es decir, la mayor creencia en la expectativa suele suponer un menor contenido informativo o un contenido de carácter más general, en otras palabras, las expectativas ayudan a la seguridad percibida en la decisión, pero no elimina el riesgo de esta decisión” (pág. 4).

Esta idea de conocer el futuro tiende a dar cierta confianza al reducir la incertidumbre sobre situaciones caóticas, y esto se debe a la creencia de que ocurra lo esperado. Es decir que las expectativas ayudan con el proceso de tomar una mejor decisión, pero en ningún momento eliminan el riesgo de la decisión.

Hornero (2004) expresa que las expectativas se forman de dos maneras; *Las cognitivas*, que se forman a partir de la observación, descripción e inferencia de la realidad y, la segunda formación de expectativas son *las normativas*, donde se impone o difunde siguiendo una determinada estructura de seguridad sobre el futuro, y esta última afirma que es la que determina la interacción de los agentes económicos bajo una presión social.

Donde, además, clasifica a las expectativas según la posición temporal, es decir; en pasado, en el presente y en el futuro, aunque para este trabajo solamente se desarrollan la formación de las expectativas: estáticas, extrapolativas, adaptativas, racionales y limitadas, la cuales suelen ser las más conocidas en el ámbito económico. En donde las expectativas se refieren a lo que los agentes económicos esperan, tomando en cuenta la información de su entorno. Y dichas expectativas ocupan un lugar importante para la explicación de la toma de decisiones de los agentes.

2.4.1 Modelos de formación de expectativas

Normalmente las expectativas son consideradas como factores que determinan el comportamiento temporal de variables económicas en un futuro cercano. Para ello, Keynes sustituye los supuestos de información y previsión perfecta que se tenía acerca del futuro por la ortodoxa clásica; por el supuesto de expectativas sobre periodos futuros que están sujetas a cambios, es decir, supone que los agentes no tienen información completa y que existe un grado de incertidumbre que genera problemas de coordinación en los mercados, tal y como lo dice en su artículo *The general theory of employment* de 1937:

“La teoría ortodoxa supone que tenemos un conocimiento del futuro de una naturaleza muy distinta a la que en realidad poseemos. Esta falsa racionalización sigue las líneas del cálculo [...] La hipótesis de un futuro calculable conduce a una interpretación incorrecta de los principios de comportamiento que la necesidad de la acción nos obliga a adoptar, y a una subestimación de los factores escondidos de la duda absoluta, la precariedad, la esperanza y el miedo” (pág. 223).

Si bien el concepto de expectativa para Keynes surge como un elemento determinante en la teoría de la ocupación y la producción, también es fundamental para la toma de decisiones en los inversionistas. Y a la vez las expectativas dependen de las expectativas que tienen otras personas sobre los mercados, tal y como lo dice Ros (2012) “El efecto en las expectativas sobre el futuro de un cambio en una variable económica depende de cómo este cambio es percibido por los agentes económicos. Cambios que son percibidos como de corto plazo, reversibles (temporales, en terminología moderna) tendrán poco efecto sobre el valor esperado en el futuro de la variable en cuestión, mientras que cambios que son percibidos como de naturaleza más permanente tendrán un mayor efecto en los valores futuros esperados. La elasticidad de las expectativas depende de estas percepciones y éstas varían de acuerdo con las circunstancias” (pág. 27).

Sin embargo, es a Kaldor en 1930 a quien se le atribuye *las expectativas estáticas* con la formalización de su modelo *cobweb* hacia los precios agrícolas. La cual son la forma más simple y práctica de las expectativas, donde se asumen que los individuos solamente utilizaban el valor actual para hacer predicciones, el pensamiento subyacente es que las condiciones que prevalecen en el presente seguirán perpetuándose en el tiempo.

Para esta corriente de pensamiento los valores esperados son iguales a los valores presentes, por lo tanto, las variables no cambian y si ocurren cambios, estos se anulan entre ellos. Este modelo está en consonancia con los controles que ocurren en la economía, de precios, de costos o de salarios. Por ejemplo, para determinar el nivel de precios esperado, la expectativa estática del mismo se puede expresar de la siguiente forma:

$$P_t^e = P_{t-1} \quad (1)$$

Donde P_t^e que es el nivel de precios esperado en el periodo t, es igual a P_{t-1} que es el nivel de precios observado del periodo anterior. Estas expectativas han sido fuertemente criticadas por considerarse reduccionistas y simplistas, en el sentido de que solo consideran los valores actuales.

Por otro lado, al ampliar el enfoque de las expectativas estáticas, se encuentran *las expectativas extrapolativas*, propuestas por Goodwin en 1947, y de acuerdo con Robert E, Lucas “suponen que los agentes relacionan el valor actual de la variable de referencia con

alguna fracción o múltiplo del diferencial entre su valor actual y su valor precedente”. La fórmula que identifica este tipo de expectativas para dos periodos atrás se puede expresar de la siguiente forma:

$$P_t^e = P_{t-1} + \alpha (P_{t-1} + P_{t-2}) \quad (2)$$

Entonces según el método extrapolativo supone que el precio esperado en el periodo t es igual al precio del periodo anterior $t - 1$ más una fracción del cambio en el periodo $t - 2$ al del $t - 1$, por lo que puede ser directamente identificado con algún valor efectivo y el pasado del mismo. Es decir, que este tipo de expectativas describen cómo los individuos toman decisiones en un período determinado, haciendo uso de sus experiencias pasadas de manera sucesiva, en cada período superior.

Marco (1969) afirma que, “este tipo de extrapolación ha sido considerado poco satisfactoria ya que el precio está determinado solamente por precios pasados, haciendo caso omiso de la información que pueda estar contenida en otros ítems de la experiencia pretérita” (pág. 277).

La siguiente formulación la propone Cagan en 1956 y es utilizado por Nerlove, quien desarrolló el mecanismo de las *expectativas adaptativas*, en ella se establece que los agentes económicos elaboran sus previsiones sobre el futuro extrapolando la información del pasado y el presente. Es decir que el precio esperado es la suma ponderada más lo que se esperaba.

$$P_t^e = \alpha P_{t-1} + (1 - \alpha) P_{t-1}^e \quad (3)$$

Es decir, que el precio esperado en el periodo t es revisado periódicamente en función del porcentaje de error entre lo esperado en el último periodo y lo que efectivamente ocurrió, tal y como lo dice Marco (1969).

Además, afirmar que las expectativas son adaptativas no es más que suponer que los individuos toman en cuenta su pasado, sino que también sus errores y van adaptando o ajustando sus nuevas decisiones.

Considerando esta teoría de expectativas adaptativas, podría decirse que son más realistas que las expectativas estáticas, así mismo pueden hacer uso de modelos matemáticos que

expliquen de mejor forma los fenómenos microeconómicos y macroeconómicos¹. Además, para Arranz y Navarro (1982) “las expectativas adaptativas suponen una cierta irracionalidad en los agentes, ya que el pasado no tiene necesariamente que repetirse”. Por lo que el comportamiento económico de los agentes dependerá, de cuáles sean sus expectativas sobre el futuro.

Arranz y Navarro (1982) mencionan que a mediados de los años setenta surge un nuevo enfoque de expectativas; las *Expectativas Racionales*, propuesto por la corriente de la Nueva Economía Clásica atacando a la Macroeconomía, donde su argumento era que la economía keynesiana había olvidado las implicaciones de la influencia de las expectativas sobre el comportamiento de los agentes económicos. Este modelo de expectativas fue propuesto por John Muth (1961), pero desarrollada por Robert Lucas en la nueva economía clásica. El supuesto base del modelo es que, los agentes económicos aprenden de sus errores y éstos son aleatorios y no sistemáticos.

Muth formula estas expectativas, ya que las expectativas adaptativas son óptimas bajo supuestos muy restrictivos y duda de su aplicación a los fenómenos económicos, por eso demuestra que su modelo acepta desviaciones de lo racional. Tal y como lo dice Marco (1969);

“Tales desviaciones no son importantes cuando son asistemáticas, pero resultan en expectativas sesgadas si es que son no-aleatorias. En consecuencia, la introducción de algunos elementos irracionales y sus efectos en la conducta tienden a destruir parte de la simplicidad de la hipótesis de expectativas racionales” (pág. 279)

John Muth (1961) en su artículo *Rational expectations and the theory of price movements*, parte de la hipótesis que los agentes económicos no desperdician información y que las expectativas están atadas generalmente a toda la estructura del sistema, para explicar su hipótesis Muth toma como ejemplo el mercado de materias primas, conocido como commodities, para determinar las condiciones dinámicas de este mercado y describir su comportamiento. Realmente se puede considerar que este modelo de Muth es interesante pero no es tan esclarecedor en la actualidad, porque pensar que los individuos no desperdician

¹ La teoría monetarista, encabezada por Milton Friedman, utiliza ampliamente el modelo de formación de expectativas adaptativas

información o que la tienen toda, es volver a suscribirnos a los neoclásicos con sus supuestos de información perfecta, además de comprender que el mercado de materias primas es hoy en día un mercado muy volátil, donde analistas técnicos y fundamentales invierten muchas horas y utilizan herramientas sofisticadas para realizar sus predicciones y aun así experimentan pérdidas y reveses en sus inversiones. Dicho modelo puede considerarse a nivel de estudio formal, pero tiene sus críticas a nivel empírico.

Dicho esto, John Muth afirma que se deben utilizar datos e información adecuada para ser integrados en modelos de estimación de procesos dinámicos, logrando así, construir expectativas sobre situaciones futuras. Es más, es posible simular el comportamiento de las variables en función de tomar decisiones más acertadas dentro de una estructura económica determinada.

Por ejemplo, para determinar el nivel de precios esperado, la expectativa racional del mismo se puede expresar de la siguiente forma:

$$P_t^e = E(P_t|I_t) \quad (4)$$

Donde P_t^e es el nivel de precios esperado en el periodo t, mientras que P_t es el nivel de precios observado, la información disponible se ve representada por I_t , y E es la esperanza matemática.

Por lo tanto, las expectativas racionales sirven para estimar valores de las variables de interés que son desconocidas, sin embargo, existen barreras o limitantes que inciden directamente en esta premisa, estas las enumeró Figueroa (2015) de la siguiente forma:

“Primero, la información es escasa y el sistema económico en general no la desperdicia. *Segundo*, la formación de las expectativas depende en esencia de la estructura sobre el sistema o modelo que mejor describa el funcionamiento de la economía. *Tercero*, las predicciones públicas de los agentes podrían no tener un efecto sustancial sobre el manejo de la economía” (pág. 91).

En este sentido, aparecen los agentes racionales, que se aplican en modelos econométricos, que a su vez son sustituidos por algoritmos genéticos, en palabras de Sargent (1993):

“Las expectativas racionales imponen dos requisitos a los modelos económicos: racionalidad individual, y consistencia mutua en la percepción del entorno...Yo interpreto una propuesta de modelos con Agentes de racionalidad limitada como una llamada a la retirada de esta condición (consistencia mutua de las percepciones) expulsando a los agentes racionales de nuestros modelos y reemplazándolos por Agentes artificiales inteligentes” (pág. 46).

Mientras que para George (2005) las Expectativas Racionales son concebidas como una condición de equilibrio de un proceso de aprendizaje; “El aprendizaje macroeconómico es un asunto complicado, y resulta útil para propósitos de modelado tener una condición simple de equilibrio del proceso de aprendizaje, la cual pueda ser incorporada a los modelos macroeconómicos” (pág. 72), proporcionando así una forma más simple de representar el complicado proceso de la formación de expectativas.

Por último, Macaya (2007) realizó dos observaciones importantes sobre las expectativas racionales. La primera es que, si bien la hipótesis puede dar una respuesta formal sobre la visión futura que tienen los agentes y cómo influye sobre el presente, por ejemplo, se pueden encontrar referencias a cómo las decisiones de los agentes se encuentran influidas por las percepciones de acontecimientos futuros. La segunda, es que en un contexto estocástico y siendo el tiempo una variable discreta, el pronóstico de expectativas adaptativas puede ser óptimo, en el sentido de minimizar el error de pronóstico.

2.4.2 Herbert Simon y sus Expectativas Limitadas

De acuerdo con Guedez (2014), la conducta humana en el marco económico está definida por concepciones racionales que determinan la toma de decisiones que incorporan factores de riesgo, incertidumbre y beneficio (rendimiento y utilidad):

“El modelo de racionalidad limitada propuesto por Herbert Simon incorpora una descripción más realista de la conducta humana, que bien puede ser dominante en mercados financieros. El decisor, bajo este enfoque, se conforma con la estrategia del *satisficing*, deteniendo su proceso de búsqueda de rendimientos (utilidad) cuando alcanza

un cierto umbral o “nivel de aspiración” que le compense por el coste de procesar la información” (pág. 3).

El premio nobel (1978) y economista Hebert Simon, fue un personaje destacado en temas relacionados a las ciencias de la computación, económicas y psicológicas. Dentro de los campos del conocimiento que Simon abordó, está el concepto de racionalidad limitada en función de decisiones de tipo económicas. Los aportes de este grande economista y estudioso de las ciencias sociales, radicó en explicar la interdependencia de la macroeconomía con respecto a la microeconomía; en palabras de Fox (2010), acerca de los estudios de la toma de decisiones económicas de Hebert Simon:

“Él había argumentado, décadas antes que Kahneman y Tversky, que, dado que la gente no tiene tiempo y potencia cerebral limitados para invertir en la toma de decisiones, emplean atajos y siguen heurísticas. Los humanos no optimizan, como teorizaban los economistas matemáticos de esa época, sino que satisfacen, una mezcla de satisfacción y suficiencia” (pág. 179).

Para Simon, los individuos no buscan el máximo beneficio y no lo hacen porque, no tienen tiempo y su potencia cerebral es limitada para invertir tanto en la toma de decisiones, entonces emplean “atajos”.

Argumentar lo anterior en un momento donde se afirmaba en otros modelos que los individuos eran egoístas, que eran muy inteligentes para perseguir sus intereses y que las instituciones corregían los conflictos que surgieran, fue algo peculiar para el momento, y por obvias razones hubo críticas respecto a los modelos de racionalidad propuestos por Simon, por parte de John Muth afirmando que “las predicciones del futuro por los participantes del mercado, en medida, terminan correspondiéndose con los resultados de los más sofisticados modelos en economía” (Calderin, 2014, pág. 139), es decir, que John Muth no concuerda con este pensamiento, por considerar que los agentes económicos hacen predicciones que en promedio corresponden a los resultados de los modelos económicos, como se explicó anteriormente.

Regresando a Simon, puede afirmarse que su trabajo es una crítica directa a los economistas que usaban el criterio de maximización de beneficios y utilidad en sus análisis,

porque esto no consideraba el coste implícito de calcular ese máximo, entonces, propuso que las personas para economizar esfuerzos se alegran con una elección satisfactoria. En este punto, planteó *satisfacción o bien satisfying*, alejándose del extendido concepto de maximización de los economistas.

Los conceptos que explican la racionalidad de la escuela clásica se explican en tres reglas de análisis y comprensión, esto según Guedez (2014):

“Regla Max-Min, donde se evalúan los posibles peores resultados y se elige el que da mejor pago entre ellos (es quedarse con el menos malo de los peores resultados, en pocas palabras. Regla probabilística, donde se maximiza el valor esperado de los resultados, incorporando como información una función de probabilidad esperada. Regla de certidumbre, donde se selecciona la alternativa que da el mejor pago y corresponde a la optimización que se aprende en el primer curso de microeconomía” (pág. 141).

Por otro lado, el modelo de elección racional propuesto por Simon, se integra de los siguientes componentes:

- Alternativas de elección o decisión.
- Un subconjunto de alternativas que el sujeto considera o percibe.
- Un posible estado de cosas o resultados de la elección.
- Una función de pagos, incorporando la “utilidad” o “valor” que asigna el decisor a cada resultado.
- Información sobre los resultados, incluyendo el refinamiento de probabilidades esperadas, y donde la información puede ser incompleta.

Por su lado, Simon (1972), define el proceso de satisfacción en función de la toma de decisiones del sujeto económico como:

“La palabra *satisfying* que ha sido revivida para denotar la resolución de problemas y toma de decisiones que establecen un nivel de aspiración, buscan hasta que es encontrada una alternativa que es satisfactoria para el criterio de nivel de aspiración, y selecciona esa alternativa” (pág. 176).

Guedez (2014) menciona que Simon utiliza el ejemplo del juego de ajedrez para respaldar que los individuos se inclinan a la satisfacción y no a la maximización. Lo que se encuentra

detrás es que los individuos no se quedan pensando infinitamente para tomar una decisión, en condiciones normales, de hacerlo estarían optando por la inacción y quizás esto avalaría igualmente el pensamiento de Simon, de satisfacción.

También define el proceso de satisfacción como: “un proceso de optimización, pero incorporando una regla de búsqueda óptima, donde se coloque el nivel de aspiración que se considera suficiente, dadas las limitaciones de tiempo, información y capacidad analítica” (pág. 143).

Por lo que, la toma de decisiones está representada en las opciones de optimizar o satisfacer, de acuerdo con la evidencia presentada por Simon (1972), “La optimización se convierte en una optimización aproximada, donde se simplifica conceptualmente la compleja realidad para el decisor y a partir de ese nivel de complejidad que el decisor puede manejar, se sigue la rutina de cálculo mental que prevé el modelo convencional” (pág. 172). Además, la satisfacción hace referencia a la complejidad del problema que se pretende resolver, así mismo, el objetivo principal es encontrar la medida que satisfaga la necesidad, más que la de mejor probabilidad. En el caso del sujeto económico, este evalúa las alternativas y detiene hasta cuando alcanza un rango mínimo de beneficio (rendimiento o utilidad).

2.4.3 Economía conductual: Robert Shiller y Richard Thaler

Transpolar los estudios de Simon a otras esferas de estudio pudiera llevar a conclusiones que se alejen de lo ético, del bienestar o de teorías acerca de la felicidad, sin embargo, esto no invalida la teoría presentada. Hay que tomar en cuenta que estos modelos simplifican la realidad y permiten hacer predicciones, acercarse a los fenómenos y llegar a conclusiones en las distintas áreas del conocimiento.

Si bien Simon es uno de los primeros en cuestionar la racionalidad de los agentes, es decir, esta idea que se asume que los individuos se comportan de forma racional cuando toman decisiones haciendo uso de toda la información disponible, proponiendo así una racionalidad limitada por información y por la capacidad de procesamiento cognitivo. Esto es lo que lleva a preguntarse que las decisiones no son meramente racionales, sino que están influenciadas por el entorno y las propias emociones, así como las experiencias del agente.

De acuerdo con Baddely (2018), los economistas conductuales llevan estos planteamientos más allá, combinando hallazgos relevantes del campo de la psicología para explicar cómo los incentivos económicos y las motivaciones cambian, a menudo de manera fundamental, por circunstancias de tipo psicológico. El cual se han interesado en analizar ámbitos de comportamiento.

Robert Shiller también Nobel de economía (2013), es uno de los defensores de esta teoría donde los factores psicológicos e irracionales influyen en la toma de decisiones, Martín (2017) dice que; “Shiller explica la ineficacia de los mercados, entendiendo que no se adhieren al sentido de justicia compartido entre los consumidores, y que siguiendo a la teoría económica tradicional supondría que la reducción de la demanda de un objeto iría seguida de la caída de los precios hasta que la oferta iguale a la demanda, de manera que se genere un equilibrio capaz de mantener los beneficios empresariales y las posibilidades de adquisición de los consumidores; una suerte de altruismo en favor de la rentabilidad propia que genera equilibrio común tal y como entendía Adam Smith el funcionamiento de la mano invisible de los mercados” (pág. 22),

Por lo que niega la racionalidad de los comportamientos individuales en los mercados y considera que los mercados financieros se pueden predecir durante largos períodos, dado que los precios financieros están impulsados por el comportamiento humano que a menudo es "irracional" en el sentido de que las decisiones de compra y venta de activos siguen el efecto manada, generando una confianza excesiva. Es decir, su trabajo se centra en el análisis de la variabilidad de los rendimientos de los bonos a corto y largo plazo, encontrando un exceso de volatilidad en los precios. Quiroga (2017) lo explica de la siguiente forma;

“En su análisis encontró justo lo contrario, que los precios de los bonos de largo plazo tenían una volatilidad muy superior a los de corto plazo. Ese exceso de volatilidad en el precio de los bonos de largo plazo lo llevaría a concluir que los rendimientos de los bonos de largo plazo serían predecibles” (pág. 7).

Entonces, el mercado en lugar de conducir a la eficiencia, gravitaría a la irracionalidad de los agentes llevándolo a la inestabilidad y a una crisis económica.

Por otro lado, Richard Thaler demostró que la idea clásica del comportamiento racional no toma en cuenta otros factores supuestamente irrelevantes, por lo que incorpora conocimientos de psicología para explicar por qué las personas se comportan de una forma que no son totalmente racionales. Llevándolo a enfrentarse a problemas de racionalidad limitada como la contabilidad mental que Vargas (2018) explica cómo; “el supuesto de que los individuos gastan su dinero en forma diferente si el gasto se etiqueta para un propósito específico. Los individuos racionalmente limitados adoptan sistemas de control interno para organizar y evaluar sus gastos y el ahorro” (pág. 105)

Simplificando así la comprensión de las operaciones que utilizan los individuos a pesar de las limitaciones cognitivas para organizar y evaluar sus actividades económicas.

Otra problemática de la racionalidad limitada que presenta Thaler es la falta de autocontrol y la cognición limitada, la cual impide que los agentes que elaboran sus planes sean los óptimos para quienes los ejecutan. Estos comportamientos los explica en el modelo planificador-hacedor el cual parte de la neurociencia. Vargas (2018);

“tratan el problema de autocontrol como un problema de la teoría del principal agente, en donde el planeador trata de incentivar o constreñir al hacedor para maximizar la utilidad de vida. [...] los planificadores consideran la utilidad de por vida mientras que los hacedores son agentes miopes que solo evalúan las opciones para utilidad actual” (pág. 107).

También Thaler propone la economía del “empujón” o (nudge) en donde analiza la forma de otorgar incentivos a los individuos para tomar decisiones más racionales. En donde Thaler propuso cambiar la decisión por defecto (default) en definir las contribuciones a los planes de pensión (Thaler, 1994) juntando una tasa de ahorro y estrategia de inversión.

Al igual que Shiller, Thaler critica la eficiencia de mercado en su trabajo sobre precios erróneos. “En el cual introduce modelos de psicología del inversionista para explicar la predictibilidad de los precios de las acciones y de la prima de capital, la desviación de los precios” (pág. 110), además sostienen que los inversionistas tienen creencias incorrectas que sobreestiman o subestiman los retornos esperados relacionados con las expectativas racionales, esto generado de su optimismo acerca del futuro o bien de resultados previos causando este efecto ganador provocado por el exceso de confianza.

3. LOS PROCESOS ESTOCÁSTICOS DENTRO DE LA TEORÍA ECONÓMICA

Desde cualquier enfoque que se quiera abordar la teoría económica, esta debe de apegarse a una perspectiva argumentativa dada. En este caso hay un interés en reconocer las perspectivas teóricas respecto de las implicaciones de la economía ortodoxa. Lo que llevará hacia la comprensión de los supuestos de los fenómenos estocásticos, permitiendo plantear un análisis teórico que conduzca hacia la comprensión de la dinámica de estos procesos en los periodos de incertidumbre, o de alta volatilidad.

Para esto se requiere de la argumentación de modelos estocásticos como un acercamiento económico factible. Para así reconocer la relevancia de la participación de estos dentro de la economía y en específico en la macroeconomía como un instrumento o mecanismo para la toma de decisiones en la política monetaria o fiscal.

Se debe considerar que, dentro de los procesos científicos es aceptado que se presenten desafíos y escepticismos de forma y de fondo. Solo si los nuevos procesos abordan eficientemente las problemáticas que se pretenden resolver, las colectividades científicas los adoptan para abrir y desarrollar nuevas líneas de investigación; sin lugar a duda, este hecho aplica para el ámbito económico y financiero, más específicamente en las áreas de análisis del comportamiento económico las cuales ha fortalecido la idea de aplicar modelos de interpretación matemática para la simplificación e interpretación de variables económicas y financieras.

Para Gómez (2000), son estos teóricos ortodoxos los que llegan desde un inicio a considerar que el agente económico se enfoca en sus propios intereses. Aplicando una racionalidad económica, dicho en sus palabras; “Los teóricos de la economía ortodoxa suponen que son racionales y, a la vez, que están plenamente informados. Apoyándose en este supuesto, los teóricos pueden predecir lo que harán los hombres, [...] de esta manera la teoría económica terminó adaptando los aspectos reguladores que gobernaban el comportamiento del universo físico para dar expresión a un sistema de leyes naturales que gobernarían el comportamiento de la sociedad.” (pág. 49).

Es decir, que el proceso analítico de la economía ortodoxa sigue el desarrollo de las técnicas matemáticas que permiten el estudio de los fenómenos económicos, por lo que el “mundo económico” puede ser entendido por modelos construidos con la formalización de relaciones económicas, que, son una abstracción de la realidad, lo que permite la simplificación e interpretación de las principales variables.

En las últimas dos décadas del siglo XIX y las tres primeras del siglo XX, se han hecho grandes esfuerzos para establecer métodos de análisis estáticos que permitan interpretar el comportamiento de los mercados y delimitar la intervención de los agentes económicos que operan en los mercados financieros.

En aquel entonces la importancia de la integración de técnicas matemáticas en el comportamiento de los mercados es fundamental, Hernández (2012) lo explica de la siguiente manera:

“Con la utilización de las técnicas matemáticas de optimización clásica, permitió, dentro del análisis económico, encontrar los valores de las variables de interés, que una vez alcanzadas, tendían a perpetuarse por sí solas, dando por un hecho la posibilidad de alcanzar la posición de equilibrio, aun cuando ocurra un cambio en un parámetro del modelo seleccionado, pues se tendrá un desplazamiento de la posición de equilibrio inicial a la posición de equilibrio final” (pág. 26).

Sin embargo, la aplicación de este tipo de modelos matemáticos no logra explicar totalmente ciertos fenómenos económicos de tipo productivos como el empleo, la inversión, los precios y el producto. En el ámbito monetario también es complejo determinar con exactitud la volatilidad de los precios, las tasas de interés, activos financieros, y la deuda. Ejemplo de ello, se hace referencia a la Gran Depresión de 1929, donde fue muy complejo determinar las razones que impulsaron dicha crisis.

Por lo que los teóricos de 1930 retoman las ideas de Juglar Clement (1860) donde plantea que es preciso retomar el análisis de los ciclos económicos, esto apoyaba la idea de los llamados ciclos de inventarios propuesta por Kitchin en 1923, así como de la teoría de Kondratieff denominada “las ondas largas”. Estas propuestas de análisis económico tenían una concepción netamente empírica, sin embargo, Mitchell en 1927 reafirma la hipótesis

que dicta que la economía se interpreta mediante el estudio de los retardos en los mercados, esto debido a la deficiencia de los métodos matemáticos para el análisis de las fluctuaciones en ese momento.

Debido a esta carencia se desarrolla la Teoría general de la ocupación, el dinero y el interés propuesta por Keynes (1936), en donde él mismo sostiene que los supuestos de la teoría clásica solo son aplicados en casos específicos; por lo que propone la necesidad de aplicar políticas macroeconómicas en respuesta a la ineficiencia de las políticas microeconómicas, esta teoría, apoya la idea que es necesario darles una mayor importancia a las condiciones monetarias, a las psicológicas de los agentes económicos y al papel del gobierno en el proceso económico.

Como resultado de la aceptación de la macroeconomía Keynesiana en la teoría económica, se desembocó el interés de varios autores a desarrollar nuevas teorías en función del análisis económico, tales como Schumpeter, Kalecki, Kaldor y Samuelson; donde proporcionan nuevos modelos del ciclo económico. Según Bellman (1958), al integrar sistemas dinámicos y estocásticos en función del estudio de la economía de mercados, supone la generación de variables (fuertes) que tienen como propósito establecer posiciones de equilibrio económico:

“el desarrollo de los sistemas dinámicos en el campo de las matemáticas, dio lugar al establecimiento del análisis dinámico en el proceso de crecimiento de una economía de mercado con decisiones centralizadas o descentralizadas, cuyo objetivo se estableció como la búsqueda de la trayectoria que las diferentes fuerzas (variables) de un modelo deben tender para dirigirse hacia una nueva posición de equilibrio” (pág. 27).

Por otro lado, este autor afirma que “una política óptima tiene la propiedad de que, cualesquiera sean el estado y las decisiones iniciales, las decisiones restantes deben constituir una política óptima con respecto al estado resultante de la decisión inicial” (pág. 28).

En los años setenta cuando la tecnología hace su aparición en función del análisis económico, pone en evidencia la incapacidad de la política macroeconómica tradicional para anticipar “shocks inesperados” de ofertas y demandas de productos económicos, así

como la deficiencia de prevenir desaceleraciones económicas junto con la inacción de los agentes ante la política monetaria y fiscal por la presencia de incertidumbre. Es en este punto cuando se hace necesario aplicar las técnicas de las dinámicas estocásticas en la política macroeconómica, para ello, autores como Brock y Mirman (1972), Lucas (1972), Kydland y Prescott (1982), proponen la modelación de variables que permitan entender el sistema de precios, además de permear políticas económicas que mitiguen el riesgo y reduzcan la incertidumbre en el entorno económico.

Por lo que son en los años setenta y ochenta, donde el estudio de la presencia de la incertidumbre cobra mayor importancia en la tarea de interpretar, analizar y caracterizar el mercado financiero tanto en el marco de las políticas macroeconómicas y en la toma de decisiones de los agentes económicos privados. Los procesos estocásticos se convierten en una herramienta matemática atractiva para reformular los modelos macroeconómicos contemporáneos y de cualquier fenómeno económico en la actualidad.

Autores como Welfens y Flaschel (2008), proponen una guía explicativa de la importancia de los procesos estocásticos dentro de la economía:

“Derivados de los procesos de expansión del sistema de economías de mercado que conlleva per se un alto grado de incertidumbre y no una cotidianidad económica determinista como se supone en los modelos simples de macroeconomía” (pág. 28).

En consecuencia, para el desarrollo económico en general se ha puesto en evidencia la necesidad de poner en marcha métodos matemáticos que faciliten la selección y formulación de modelos que generen la interpretación de fenómenos económicos. Los procesos dinámicos de análisis estocásticos cumplen con esta caracterización, pues en esencia funciona como una herramienta para la modelización de la macroeconomía.

En este sentido, se trata de comprender el cómo la teoría ortodoxa atiende cuestiones complejas de la realidad económica. Esto no quiere decir que los otros cuerpos teóricos, como la economía clásica, por ejemplo, no lo hagan. Lo que se quiere comprender es, cómo surge esa idea ortodoxa encaminada a la utilización de determinados procesos estocásticos.

3.1 Evolución del cálculo estocástico en la macroeconomía

La aplicación de los métodos estocásticos puede estar orientado a diferentes tipos de análisis económico, más que todo cuando se entiende que las economías fluctúan de acuerdo a tendencias marcadas y muestran una dinámica mediante una ecuación lineal en el transcurrir del tiempo con la presencia de incertidumbre.

La economía de la complejidad relaja los supuestos de la teoría ortodoxa, y establece que los agentes difieren, que tienen información imperfecta sobre otros agentes y, por lo tanto, deben tratar de darle sentido a la situación que enfrentan. Los agentes exploran, reaccionan y cambian constantemente sus acciones y estrategias en respuesta al resultado que crean mutuamente. El resultado puede no estar en equilibrio y puede mostrar patrones y fenómenos emergentes no visibles para el análisis de equilibrio.

Por lo que el desafío que enfrenta el análisis de tiempo continuo ha estado enmarcado en la dificultad de lograr el equilibrio económico, tal como sus supuestos lo dicen “la existencia de un equilibrio entre fuerzas”, puesto que se complica identificar “lo aleatorio” en lo cotidiano de la economía, ya que se considera determinista, esto imposibilita la capacidad predictiva de los modelos, que proviene de la construcción de ecuaciones que tienen origen en variables netamente estocásticas y su comportamiento es impredecible a un cierto grado; por lo tanto, determinar la evolución de la dinámica estocástica no se puede ubicar en un punto de la historia específico, como lo afirma Hernández (2012):

“su evolución esté descrita por un sistema dinámico no lineal que presente un comportamiento caótico fuera de la realidad” (pág. 38).

De acuerdo con el análisis de las series de tiempo tradicional, se puede determinar que las variables económicas están definidas por dos tipos de comportamiento, por un lado, las tendencias deterministas y segundo las fluctuaciones que rodean dichas tendencias; de hecho, este comportamiento fue lo que impulsó el desarrollo de la teoría keynesiana, Romer (2002) lo explica de la siguiente manera:

“Sobre todo en el marco de los llamados Modelos Neo Keynesianos o modelos de equilibrio temporal fundamentada en una Macroeconomía del Desequilibrio, donde se intenta modelar las expectativas de los agentes, considerando que la toma de decisiones se da en un marco de incertidumbre, producto de limitaciones de información, problemas de coordinación, rigideces de precios y cantidades e interdependencia de mercados, para un análisis extenso de estos modelos” (Romer, 2002).

En este sentido, la teoría Keynesiana tuvo como propósito estudiar, depurar y eliminar dichas fluctuaciones mediante políticas fiscales y monetarias adecuadas en conjunto con las expectativas de los agentes económicos que intervienen en el proceso, todo esto en coordinación de las autoridades monetarias correspondientes como los bancos centrales.

En los trabajos realizados por Harrod y Samuelson en (1939), se pone en evidencia que la información abstraída de las variables económicas es archivada por tiempos “uniformemente espaciados”. El planteamiento de estos autores invita a formular un modelo de estudio de crecimiento del ingreso de una economía en expansión a través del tiempo, por ejemplo, Harrod utiliza la dinámica en tiempo discreto:

“Su planteamiento consiste en suponer que tanto el ahorro como la inversión en el tiempo t , dependen, primero de una fracción positiva del ingreso actual, $S_t = \alpha Y_t$, mientras que la segunda de una fracción positiva del incremento último del ingreso, $I_t = \beta(Y_t - Y_{t-1})$, que al igualarse en el equilibrio genera una ecuación en diferencias de primer orden” (pág. 39).

Llegando a la solución de $S_t = I_t = \left(\frac{\beta}{\beta-\alpha}\right) Y_0$, en donde lo que está dentro del paréntesis es ≥ 1 , dado que el ingreso se concibe como “no negativo”, en conjunto con las fracciones α y β , donde Y_0, I_t y S_t son sucesiones crecientes y monótonas. Así, estas variables distan del equilibrio económico, a consecuencia de ello se muestra una economía inestable. Según Harrod (1939):

“La economía depende de que las expectativas sean satisfechas y de que se tenga una política económica que fomente el ahorro para la disposición de la inversión que haga posible un crecimiento periodo tras periodo y tener una tasa actual de crecimiento que

iguale tanto a la tasa garantizada como a la tasa natural de crecimiento económico” (pág. 38).

La aplicación del análisis de tipo dinámico y discreto dio lugar a la construcción de políticas macroeconómicas de origen keynesiano. Esto sin lugar a duda, abrió la posibilidad de lograr consensos para el estudio macroeconómico en el marco de las políticas económicas que inciden en las fluctuaciones de los ingresos, de los precios, del interés y de las principales variables económicas; dejando de lado las cuestiones relacionadas con las tendencias o el crecimiento económico. Es decir, se buscó la solución al comportamiento aleatorio, para así captar un mejor comportamiento.

La crítica de la postura neoclásica a las dinámicas estocásticas se sustentó en la carencia de un principio macroeconómico que explicara el comportamiento de los individuos en función del consumo y del ahorro, por otro lado, la presencia de incertidumbre en las decisiones de inversión y ahorro propuestas por Keynes, explicaba la importancia de las expectativas de los agentes económicos en el diseño de las políticas económicas, especialmente en las políticas monetarias y los problemas de inflación y desempleo.

Según Hernández la importancia de los modelos estocásticos dentro del diseño de políticas económicas, en este caso monetarias radica en el diseño de nuevas variables de estudio (2012), “considerando que tanto el análisis de las burbujas especulativas de la solución de un sistema dinámico estocástico como la introducción de variables aleatorias en dicho sistema es de gran utilidad para la formulación y tratamiento de modelos monetarios” (pág. 40).

El propósito de los procesos estocásticos en las políticas monetarias, entre otras cosas, es evitar las hiperinflaciones o las deflaciones, financiar los déficits públicos y acelerar el crecimiento económico. Sin embargo, autores como Lomelí y Rumbos (2003), critican la idea de proporcionalidad entre la inversión y el ingreso en el marco macroeconómico tradicional keynesiano:

“La idea es que la relación entre la inversión y el cambio en el ingreso es lineal (proporcional) únicamente para tasas de cambio pequeñas en el ingreso, pero, si el ingreso crece desproporcionadamente, los factores productivos no podrán ajustarse igual,

limitando la producción y, por lo tanto, la inversión. Del mismo modo, si el ingreso cae con rapidez, entonces la inversión no necesariamente se reduce en la misma proporción, ya que el capital instalado no puede destruirse y desaparecer” (pág. 199).

Esta crítica deduce que los individuos y agentes económicos no poseen la capacidad perfecta de predecir el futuro y que no es posible determinar respuestas anticipadas a los “shocks” de las políticas económicas. En este sentido, la postura neoclásica dicta que la monetización de cualquier tipo de déficit económico genera directamente incertidumbre en la toma de decisiones de los agentes económicos, estos a su vez, se protegen haciendo uso de la política económica vigente. Dicho esto, la eficiencia de las políticas monetarias cuando no se introduce al análisis dinámico “un componente aleatorio respecto al comportamiento del conjunto de variables consideradas”.

El análisis de las fluctuaciones en el mercado, el producto y el empleo fue retomada por Lucas (1977), este autor intentó explicar por qué la economía gira en torno a las tendencias, por lo menos a lo que el mercado, el empleo y producto se refieren. Mediante la aplicación de la matemática estocástica, Lucas definió a los ciclos económicos como “desviaciones del producto agregado alrededor de su tendencia, basadas en las propiedades estadísticas de los movimientos de dichas desviaciones en diferentes series de tiempo agregadas” (pág. 29). Esta definición representaba en sí, un avance sustancial en las metodologías de las teorías económicas contemporáneas, explicando así, que las variaciones de una economía se explican con base al crecimiento sostenido de la misma. Este principio, aplica en economías tanto industrializadas como en aquellas que no lo son, en este sentido, debe haber reglas generales que aplican a todo tipo de economías; Lucas (1977) lo atribuye de la siguiente manera:

“la explicación de los ciclos se debe basar en las leyes generales que rigen las economías de mercado en lugar de fundamentarse en las características peculiares de cada país o periodo de tiempo” (pág. 14).

Lucas se caracteriza por utilizar técnicas netamente estocásticas para demostrar que las fluctuaciones monetarias inciden directamente en los movimientos del producto y en la varianza de los precios, además de tener impacto en la relación inversión-producto, además

en la tasa de interés nominal. Kydland y Prescott (1982), definen el concepto de tendencia como:

“el estado estacionario de la teoría del crecimiento neoclásica, el cual se caracteriza porque el producto per cápita, el consumo, la inversión, el stock de capital y los salarios reales crecen a una tasa constante determinada por la tecnología” (pág. 1345).

En ese orden de ideas, si la tecnología fuera constante, las tendencias de los productos, de las tasas y los precios estarían en función del tiempo, para autores como Kydland y Prescott (1982) esta variación representa el problema más desafiante del desarrollo económico de cualquier nación; esto incide directamente en los acuerdos institucionales que tengan los agentes económicos. Dichos acuerdos institucionales son considerados “Shocks estocásticos” que tienen impacto en las tendencias económicas que la rodean.

Los antecedentes aquí mencionados, han modificado las teorías económicas contemporáneas, quisiera decir, que el análisis de variables económicas se ha vuelto más sofisticado, cuyo objetivo general es la interpretación y el entendimiento de los fenómenos estocásticos que van más allá de la macroeconomía tradicional y determinística. De esta manera, los procesos estocásticos incluyen la incertidumbre y el riesgo en los modelos de equilibrio económico.

3.1.1 Política fiscal y monetaria en la Nueva Macroeconomía Clásica

La Nueva Macroeconomía Clásica fue desarrollada por Tomas Sargent, Niel Wallace, Robert Barro, estos liderados por Robert Lucas, este último fue quien trabajó sobre las expectativas racionales en la macroeconomía. En dicha teoría se sostiene que los cambios en los ciclos económicos se deben a los impactos sorpresivos de las políticas económicas, más específicamente en la política fiscal y monetaria.

Partiendo de la premisa que los mercados son competitivos, esta teoría plantea que las fluctuaciones económicas se deben a factores microeconómicos. Además de ello, la teoría supone que los precios son netamente flexibles y los agentes económicos son optimizadores:

“los consumidores maximizan utilidad y los empresarios maximizan beneficios”. La macroeconomía clásica se sustenta en las hipótesis de expectativas racionales gestada por John Muth en 1961, donde se busca utilizar eficientemente la información con el propósito de reducir los riesgos sistemáticos de predicción. El análisis de información integra los valores sucedidos en el pasado de aquellas variables endógenas y exógenas que componen en la teoría económica. Por lo que, los agentes construyen sus expectativas de la misma forma que lo realiza la teoría económica.

La Nueva Macroeconomía Clásica, pretende brindar fundamentos específicos para interpretar los modelos macroeconómicos, en función de la toma de decisiones de los agentes económicos. Por otro lado, esta nueva corriente de pensamiento económico, postula la correlación directa entre variables que antes no tenían una relación aparente. Lucas y Sargent (1972) plantean que:

“Esto condujo naturalmente a la optimización dinámica, que hizo de las expectativas un elemento crucial, y que permitió suponer en forma natural que el modelo también era internamente consistente en el sentido de proponer pronósticos de los agentes dentro del modelo que concordaban con lo que el propio modelo hubiera predicho” (pág. 315).

Por otro lado, Woodford (2011) señala sobre la Nueva Macroeconomía Clásica, que:

“El modelo de nuevo estilo – ilustrado, aunque muy estilizado modelo de fluctuaciones económicas de Lucas – importó dentro de la macroeconomía el estilo de modelos rigurosos, herméticamente estructurado de la teoría moderna del equilibrio general intertemporal. Una característica estándar de los modelos de equilibrio general muy opuesta al espíritu de la macroeconomía keynesiana era el supuesto de mercados perfectamente competitivos, en equilibrio instantáneo” (pág. 2).

Claramente la macroeconomía clásica, debate los cimientos econométricos que sustentan las teorías keynesianas, dicho esto Lucas (1976), afirma que:

“que estos modelos no llegan a identificar verdaderas relaciones estructurales – es decir, relaciones que se espera que sean invariables a pesar de que se produzcan cambios de política económica – a raíz de la forma en que la conducta de la gente depende de sus

expectativas sobre la evolución futura de la inflación, ingreso, tasas de interés, etc.” (pág. 21).

A consecuencia del monetarismo la Nueva Macroeconomía Clásica tuvo impactos contundentes en el análisis macroeconómico, dentro de la literatura de esta corriente de pensamiento económico, Woodford (2011) reconoce que:

“la conducta económica tiene carácter de visión de futuro, y luego que los efectos de la política gubernamental sobre las expectativas son críticos a todos los efectos, resulta fundamental para comprender el pensamiento existente sobre la política monetaria y fiscal” (pág. 3).

Dicho esto, las expectativas de los agentes económicos son plenamente aceptadas dentro de las decisiones de las políticas económicas, haciendo parte también de cuestiones de las centrales bancarias. Por otro lado, Woodford (2011) que es ampliamente aceptado que “sería un error buscar explotar el intercambio de la *Curva de Phillips* a corto plazo, sin reconocer que la reputación de hacerlo conducirá pronto a la gente a cambiar sus expectativas inflacionarias, de modo que se perderán las ganancias aparentes derivadas de esa política” (pág. 4).

3.2 Aplicación de procesos estocásticos en la teoría económica

La propuesta analítica de Pedraja (2000) es interesante, en el sentido de que el proceso estocástico de *Markov*, explica no solo realidades del campo físico, sino que, puede ser utilizado para la interpretación de fenómenos particularmente económicos.

“desde una perspectiva teórica, los modelos estocásticos muestran una amplia aplicación. Así, en el ámbito de la economía financiera, existen una serie de trabajos académicos de gran relevancia” (pág. 39).

Por lo que estos modelos tienen la posibilidad de explicar económicamente lo que se conoce como la elección con incertidumbre, que es posible gracias a la teoría económica estocástica. Es decir, a la dinámica del proceso en periodos de incertidumbre, como se conoce

teóricamente a este fenómeno, sobre este escenario, se entiende que cuando se presentan periodos de incertidumbre en un contexto social y económico, principalmente; sea este de naturaleza optimista o pesimista, según sea el caso; el comportamiento de los agentes económicos se alinea sustancialmente hacia el comportamiento predominante de los precios en los mercados.

Para Albeláez (2004) la importancia de las ecuaciones estocásticas está en que aportan una capacidad de resolución para la interpretación de escenarios tanto financieros, dentro de la economía.

Por lo que él relaciona los escenarios de comprensión de las políticas monetarias y fiscales, con los términos estocásticos con el fin de tener un mejor análisis de una realidad macroeconómica, todo esto abordándolo desde un aspecto de la elección de incertidumbre. Con esto, queda claro, que el acercamiento natural de la aplicación pertinente del cálculo estocástico hacia la economía es el enfoque de conocer y explicar escenarios insertos, con lo que es el principio de incertidumbre encaminado también hacia la factibilidad del riesgo, siendo esto, un verdadero reto para la comprensión de una realidad macroeconómica desde la perspectiva ortodoxa.

Otro ejemplo está en el artículo, *“Un modelo estocástico de equilibrio macroeconómico: acumulación de capital, inflación y política fiscal”* de Venegas (2009) donde establece la dinámica estocástica en el modelo de equilibrio macroeconómico, por lo que plantea el problema de decisión de los consumidores y de las empresas desde una perspectiva estocástica. Y determina que el equilibrio macroeconómico en donde las varianzas de los choques exógenos, tanto para difusiones como para saltos, desempeñan un papel importante en la administración de riesgos.

Luego entonces, en lo que corresponde a la aportación de la política monetaria, como fiscal Venegas (2009) se enfoca en los instrumentos que estos manejan. Por ejemplo, en la monetaria se centra en la tasa de expansión monetaria y en la tasa de interés, mientras que, en la fiscal, reconoce primordialmente el componente del gasto público y la correlación con el referente de la gestión administrativa y de recaudación de los impuestos. Y ambas políticas buscan minimizar el impacto del riesgo en el comportamiento de la macroeconomía.

“En el campo de la teoría económica, uno de los cambios más importantes es la superación del marco determinista, [...] como una respuesta más completa a los procesos de decisión de los agentes económicos. La adecuada y oportuna administración de riesgos reduce la varianza de las variables de política, lo que permite crear dispositivos congruentes, eficaces y creíbles que minimicen el impacto esperado de los choques exógenos. [...] En este sentido, los instrumentos de política monetaria (tasa de expansión monetaria y tasa de interés) junto con los instrumentos de política fiscal (gasto público e impuestos) se pueden combinar para reducir la exposición a los distintos tipos de riesgos que pueden tener efectos negativos en la economía” (pág. 71).

Respecto a la toma de decisiones Hernández y Venegas (2012) desarrollan una investigación donde revisan la evolución de la teoría y la práctica de los procesos markovianos y además recalcan que su avance ha sido rápido y conocido para el modelado de los procesos de toma de decisiones de los agentes. “Dichos procesos han incorporado dinámicas más realistas en el comportamiento de diversas variables económicas y financieras que enriquecen el análisis en ambientes con riesgo e incertidumbre” (pág. 733)

3.3 Impacto económico de la tasa de interés estocástica, un ejemplo de aplicación

Se considera que el análisis del déficit público contribuye al mejoramiento del desempeño de las finanzas públicas, además de aportar claridad del impacto en la macroeconomía y en las políticas económicas. La influencia de la tasa de interés en el estudio del déficit público radica básicamente en que al existir un aumento en la tasa de interés conlleva un aumento en el déficit público. Normalmente para medir esta relación tasa – déficit, los expertos o académicos se apalancan en información netamente estadística, dejando de lado la modelización de escenarios probabilísticos. En este sentido, este pequeño apartado tiene como propósito exponer el aporte de los procesos estocásticos en las tasas de interés como ejemplo de aplicación de los mismos en las teorías económicas. Para dicho fin, se presenta la modificación del modelo determinista propuesta por Rodríguez y Venegas (2011) para incorporar fluctuaciones en las tasas de interés futuras. A ello se le suma la investigación realizada por Ono y Shibata (2001), donde los autores plantean que existe un impacto

significativo de la expansión fiscal cuando la tasa de interés se expresa mediante un modelo de crecimiento en dos o más sectores:

“la expansión fiscal afecta los bienes de consumo, la trayectoria de la tasa de interés de largo plazo es considerablemente distinta de la de corto plazo; mientras que si la acción fiscal afecta a los bienes de consumo de inversión, entonces, las trayectorias de las tasas para ambos plazos son similares, aunque la de largo plazo tiene una respuesta menor” (pág. 196).

De acuerdo con la literatura especializada, la tasa de interés tiene comportamientos estocásticos. Según Samuelson (1965),

“el movimiento aleatorio de los precios a través de un movimiento Geométrico browniano, se ha desarrollado en la literatura económico – financiera una amplia gama de sugerencias para caracterizar la dinámica de la tasa de interés” (pág. 14). En ese orden de ideas, a continuación, se presentan tres (3) propuestas de procesos estocásticos aplicados al análisis de las tasas de interés.

La primera propuesta supone “la tasa de interés instantánea” planteada por Merton (1973), la tasa de interés instantánea puede describirse como:

$$dr_t = \alpha dt + \sigma dZ_t \quad dZ_t \sim N(0, dt) \quad (5)$$

Donde:

$r_t =$ Tasa de Interés

$\alpha =$ Esperanza matemática de la tasa de interés

$\sigma =$ Varianza de la tasa de interés

$Z_t =$ Proceso browniano

De acuerdo con la ecuación, la tasa de interés variaría según el tiempo, con un componente adicional que es la tendencia αdt y un factor aleatorio σdZ_t . Los dos factores varían de forma proporcional según la tasa de interés r_t , lo que significa que en el tiempo la media y la

volatilidad de la tasa se puede incrementar sin límite, en algunos casos la tasa de interés puede adquirir valores negativos.

Por otro lado, y como segunda propuesta, se hacen referencia a Ornstein – Uhlenbeck, aplicado por Vasiceck (1977), expresan el comportamiento de las tasas de interés por procesos estocásticos de la siguiente forma:

$$dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma dZ_t, \quad a, b > 0, \quad dZ_t \sim N(0, dt), \quad (6)$$

Según esta propuesta (ecuación), la tasa de interés varia o fluctúa con base en su promedio a largo plazo b , en caso de que; $r_t > b$ la tasa de interés tiende a disminuir, y si $r_t < b$ la tasa de interés tiende a aumentar, y la velocidad de ajuste estaría determinada por la esperanza matemática de la tasa a .

La tercera y última propuesta por Rodríguez y Venegas (2011) es la desarrollada por Cox, retomada por Ingersoll y Ross (1985), esta es conocida como CIR:

$$dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t} dZ_t, \quad r_t \sim \chi^2(v, \delta) \quad (7)$$

Se podría decir que la tasa de interés es distribuida como una variable de tipo aleatoria χ^2 caracterizada por contener v grados de libertad y parámetros de no centralidad δ . Según los autores esta representación del proceso descrito son, “la tasa exhibe un proceso de reversión a la media, similar al modelo de Vasicek; la varianza es proporcional a las variaciones de la tasa de interés y la tasa siempre es positiva” (pág. 204).

Rodríguez y Venegas (2011) utilizan las ecuaciones (5) y (6), para evaluar los efectos en el déficit público a causa de los cambios en la tasa de interés, ya que no se conoce el valor exacto de la tasa sino solo su comportamiento con estas ecuaciones. Esto lo hacen con el fin de definir criterios de política económica, que resultarían difíciles si solo se utilizan los cálculos del déficit estandarizados de tipo deterministas.

Por lo que, los autores muestran la posibilidad de construir los balances del déficit público a través de la modelización estocástica de datos no conocidos como la tasa de interés, sugiriendo un procedimiento de simulación Monte Carlo en el déficit, mostrando así la

utilidad de la aplicación de los procesos estocásticos para simular escenarios futuros, en este caso el déficit público, es decir, que el déficit público se puede determinar si no se conoce el valor exacto de la tasa de interés, proyectándolo con ecuaciones estocásticas, con esta premisa, es posible enlistar alternativas para afrontar el déficit público, además de fijar criterios importantes en las políticas económicas no solo dependiendo de métodos deterministas y tradicionales.

“en términos de la política fiscal, la metodología sugerida podría usarse para determinar con mayor precisión los ingresos y egresos públicos esperados, y con ello se favorecería el alcance de los objetivos proyectados en la distribución presupuestal, en lugar de hacer constantes ajustes del gasto en función de los datos que se van conociendo” (pág. 218).

Finalmente se puede concluir este apartado, que en todo cuerpo teórico se llegan a presentar ciertas limitaciones respecto de los modelos desde la perspectiva de la política monetaria y/o fiscal. Lo que es parte de un comportamiento natural del conocimiento y la ciencia. Y es lo que categóricamente llega a suceder en la aplicación de determinados instrumentos en ese tenor.

Está claro que los procesos estocásticos dentro del componente de la teoría económica tienen cierta aplicabilidad, y se podría debatir incansablemente sobre la relevancia o pertinencia de reconocerse su utilidad para la mitigación del riesgo.

4. SIMULACIÓN DEL TIPO DE CAMBIO USD/MXN A TRAVÉS DE LOS PROCESOS ESTOCÁSTICOS

Dentro de las finanzas y la economía, siempre ha existido un gran interés al estudio de las proyecciones de variables como: tipos de interés, tipos de cambio o rendimientos de activos, y esto para el cumplimiento de objetivos, que van desde: mantener seguimiento a la política económica y ajustar los mecanismos de transmisión, hasta reducir el riesgo de inversión en dichos mercados, este último es el objetivo de este apartado.

De manera que, siendo el rendimiento de un instrumento o activo financiero, una variable aleatoria, se busca optimizar el método de pronóstico de la estimación para predecir el valor que tomará dicha variable, reduciendo el riesgo de inversión y garantizando el rendimiento esperado. De acuerdo con el método Monte Carlo, se propone un método de simulación que es eficiente en la medida que se pretenda replicar las dinámicas de las variables económicas y financieras más relevantes. La base teórica y práctica para la utilización de esta metodología es la selección de procesos estocásticos que mejor se ajusten a las condiciones del comportamiento del interés. En palabras de Dorantes, Rodríguez y Garibay (2018):

“los procesos estocásticos tienen con finalidad elegir modelos más verídicos se incluyen propiedades en los modelos que los hacen también más restrictivos, y en otras ocasiones, los investigadores optan por los modelos más sencillos con la finalidad de que sean más simples para replicar, y con el objetivo de tener representaciones lo más parsimoniosas posibles” (pág. 263).

En este contexto, el método Monte Carlo es el más utilizado para verificar la fidelidad de los modelos utilizados para proyectar la variable del tipo de cambio, tal y como lo dicen Dorantes, Rodríguez y Garibay (2017), de igual manera, se ha recurrido a la integración de procesos estocásticos que permitan vislumbrar las posibles variantes del valor del tipo de cambio, utilizando el movimiento geométrico de browniano, tal y como lo utilizan Mosiño, Núñez y Okuno (2018), en donde examinan el comportamiento del mercado cambiario que se caracteriza por fluctuaciones ocasionadas por la información generada dentro del mercado y el entorno macroeconómico internacional, en el artículo tiene como objetivo:

“proveer de evidencia para la elección correcta de un modelo para el mercado cambiario. Esto resulta de particular interés para aquellos inversionistas interesados en la valoración de derivados financieros, especialmente las opciones sobre el tipo de cambio. De igual forma, es útil para las instituciones que deseen anticipar el capital económico requerido para hacer frente a pérdidas no anticipadas” (pág. 34).

En otro sentido, el mercado de divisas es de gran importancia para el mundo financiero, y por supuesto para cada economía, por lo que es fundamental poseer estimaciones de los posibles valores de las monedas para los períodos futuros a modo de minimizar el riesgo asociado a la variabilidad de estos mercados. Es por esto que, se plantea la evaluación de pronósticos de tipo de cambio del peso mexicano respecto al dólar estadounidense a través de procesos estocásticos.

En este sentido, este último apartado pretende estimar una simulación a través del método Monte Carlo con procesos estocásticos, en la cual el procedimiento tradicional para modelar el comportamiento de los activos financieros, incluidas las divisas, consiste en suponer que sus precios siguen un proceso con distribución normal, $N \sim (0, \sigma)$, por lo que se simulará una caminata aleatoria y un movimiento geométrico browniano para observar el comportamiento de la divisa. De esta manera, se puede verificar la bondad de los procesos estocásticos en la minimización del riesgo de las proyecciones del tipo de cambio.

Mosiño, Núñez y Okuno (2018), dicen que: “Una característica que se observa comúnmente en los trabajos empíricos sobre activos financieros es que los cambios del precio tienen una distribución de probabilidad cada vez más parecida a una normal conforme aumenta la ventana de tiempo para el que fue calculado” (pág. 36).

Si bien, la construcción de un proceso tiene sus dificultades y profundidad, en este trabajo se optó por retomar algunos ejemplos ya desarrollados y simularlos con la serie obtenida, ya que se tiene como objetivo conocer las estimaciones posibles de los precios los períodos futuros a modo de minimizar el riesgo asociado a la variabilidad de estos mercados.

La base de datos se extrajo del Banco de México (Banxico), con una periodicidad diaria del 1 de julio de 2014 al 29 de enero de 2021. Se parte desde esa fecha con la finalidad de darle continuidad al trabajo “*Simulación estocástica del tipo de cambio: peso-dólar estadounidense y peso-euro*” escrito por Dorantes, Rodríguez y Garibay (2018).

4.1 Caminata aleatoria y un movimiento geométrico browniano

El método Monte Carlo es un procedimiento no determinístico que es usado para aproximar integrales definidas, para las cuales es difícil hallar su valor exacto. Aunque en la actualidad este método tiene un gran interés en las finanzas, y el cual es implementado a través de la simulación la cual es usada para generar números aleatorios en el intervalo sobre el cual se encuentra definida la integral y de esta manera aproximar la integral mediante una suma. En general, la simulación puede ser apropiada cuando existe un problema que es muy difícil de resolver.

Este método es de amplia utilización para estimar la respuesta de posibles resultados a través de un proceso estocástico acotado. La idea que subyacente según Ibarra y Saavedra (2007, pág. 9), es la capacidad de estimar el valor esperado de una función $G(x)$ continua, donde x es una variable aleatoria continua con distribución F , si se tiene una muestra de variables aleatorias, independientes, idénticamente distribuidas y si se desea estimar la integral de la función continua con un intervalo, bajo la Ley de los Grandes Números se puede aproximar por;

$$E(G(x)) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n G(x_i) \approx \int_{i=0}^n G(x_i) dx \quad (8)$$

De tal modo que, la estimación de la esperanza de la función $G(x)$, es una aproximación de $x = n$ valores con distribución F .

Ahora bien, la aplicación de estas estimaciones a las finanzas, específicamente, al hablar de la proyección del tipo de cambio USD/MXN, se puede establecer la noción del método Monte Carlo primero como una caminata aleatoria, tal y como lo dicen Cruz, Zapata y Medina (2010), “Una forma de construir el proceso de caminata aleatoria es de manera aditiva, definida de la siguiente forma” (pág. 86):

$$Y_t = Y_{t-1} + \epsilon_t \quad (9)$$

En donde muestran que los valores de caminata aleatoria calculados a partir de la ecuación expresada, se aprecia que la caminata aleatoria exhibe un comportamiento que coincide con el proceso de ruido blanco respecto al valor promedio de los datos.

También se consideró para la construcción de la caminata aleatoria el documento de Velásquez y Gaviria (2019, pág. 7), donde considera que el precio de una acción sigue el siguiente proceso;

$$S_t = S_{t-1} + \varepsilon_t \quad (10)$$

En donde ε_t , es la perturbación estocástica con distribución normal, bajo esta misma premisa se realizara la simulación de tipo de cambio del peso mexicano respecto al dólar, reescribiendo la ecuación (9) o (10), como;

$$TC_t = TC_{t-1} + x_t \quad (11)$$

Donde TC_t es el tipo de cambio USD/MXN en el período t , TC_{t-1} es el tipo de cambio USD/MXN del periodo anterior, y x_t representa la perturbación estocástica, que, asume una caminata aleatoria con distribución normal, $x \sim N(0, \sigma)$.

Adicionalmente, se compara la caminata aleatoria con el movimiento geométrico browniano, el cual es un proceso estocástico en tiempo continuo que resulta de una transformación de un proceso de Wiener estándar, y tiene como particularidad el no permitir que los precios de los activos tomen valores negativos, es decir, sea $\{P_t\}_{t \geq 1}$ el precio de una acción en el tiempo t y haciendo uso de la notación diferencial, Mosiño, Núñez y Okuno (2018) definen el movimiento geométrico browniano (MGB) como;

$$dP_t = \mu P_t dt + \sigma P_t dW_t \quad (12)$$

Donde $P_0 > 0$, $\mu \in R$ es la deriva o tendencia y $\sigma > 0$ es un parámetro que mide la volatilidad del precio. Además, W_t es un proceso de Wiener estándar. En donde aplican el lema de Ito usando la ecuación (12), expresan el proceso browniano como $y_t = \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma W_t$

Complementado lo anterior Ibarra y Saavedra (2007) hace aun aplicación del MGB para la valuación de una opción europea con una acción de Telmex, donde expresan la solución de la forma (pág. 17);

$$S_t = S_{t-1} e^{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma W_t} \quad (13)$$

En donde μ es la tendencia y $\sigma > 0$ es la volatilidad del subyacente, W_t es un browniano estándar, y bajo esta ecuación (13) que propone Ibarra y Saavedra (2007), se reescribe para el tipo de cambio.

$$TC_t = TC_{t-1} e^{x_t} \quad (14)$$

Siendo, $x_t = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma w_t$, por lo que, se puede notar que el valor proyectado del tipo de cambio está relacionado al valor inmediato anterior por el exponencial de la media de la distribución (μ) y la volatilidad (σ) en el período de tiempo, con $W_t: t \geq 0$. De manera que, el valor a estimar es resultado del valor inicial sometido a una perturbación estocástica asociado a la media y la volatilidad.

4.1.1 Comportamiento del Tipo de Cambio

Posterior a la reforma de la ley del Banco Central de México del 1994, la política monetaria y, por tanto, cambiaria se centra en la estabilidad de la moneda, por lo que se logró disminuir los niveles de inflación y estabilizar el valor de la moneda. Seguido de esto, las intervenciones en las operaciones del mercado de divisas pasaron paulatinamente de bandas cambiarias (1991-1994), a libre flotación (1994-actual), (Banco de Mexico, 2009), reduciendo la intervención del banco central a operaciones de compra venta para estabilizar el valor de la moneda como: subastas con oferta variable, subastas extraordinarias, con precio mínimo, entre otras Ibarra y Saavedra (2007).

De manera que, la limitada intervención en las operaciones de mercado de divisa, le otorgan cierta estabilidad que permita la proyección a través de métodos estocásticos, utilizando como variables de aproximación valores de tendencia como: la media muestral del período, medias móviles, volatilidad de la variable, entre otras.

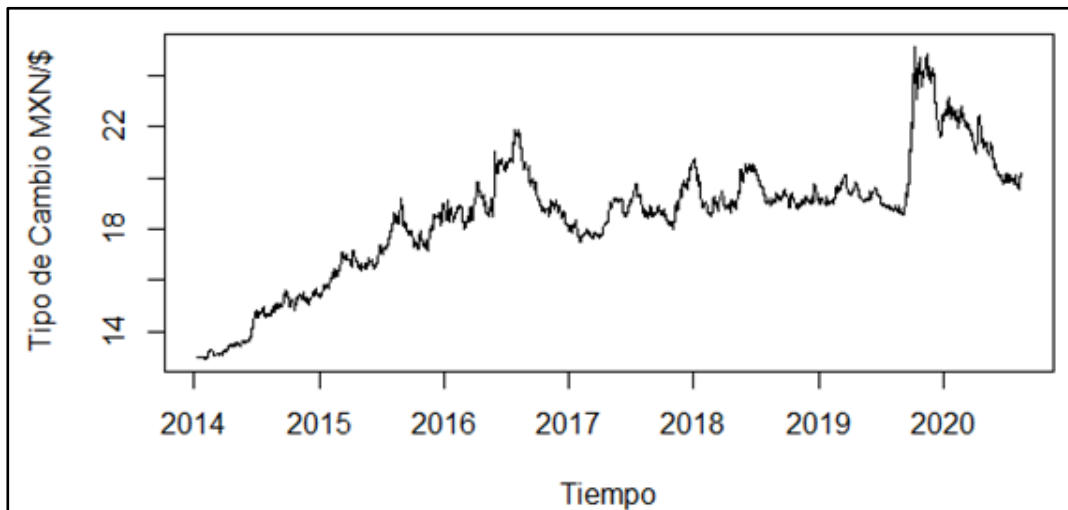
El tipo de cambio diario en el período 2014-2021 ha mostrado una alta volatilidad, al evaluar los estadísticos descriptivos para todo el período se obtiene el coeficiente de variación de 12,74%, con mínimos de 12,93 USD/MXN y máximos de 25,12 USD/MXN.

Tabla 1: Estadísticos descriptivos Tipo de Cambio USD/MXN 2014-2021

Min.	12.93
1st Qu.	17.56
Median	18.87
Mean	18.50
3rd Qu.	19.66
Max.	25.12

Fuente: Elaboración propia a partir de datos Banxico

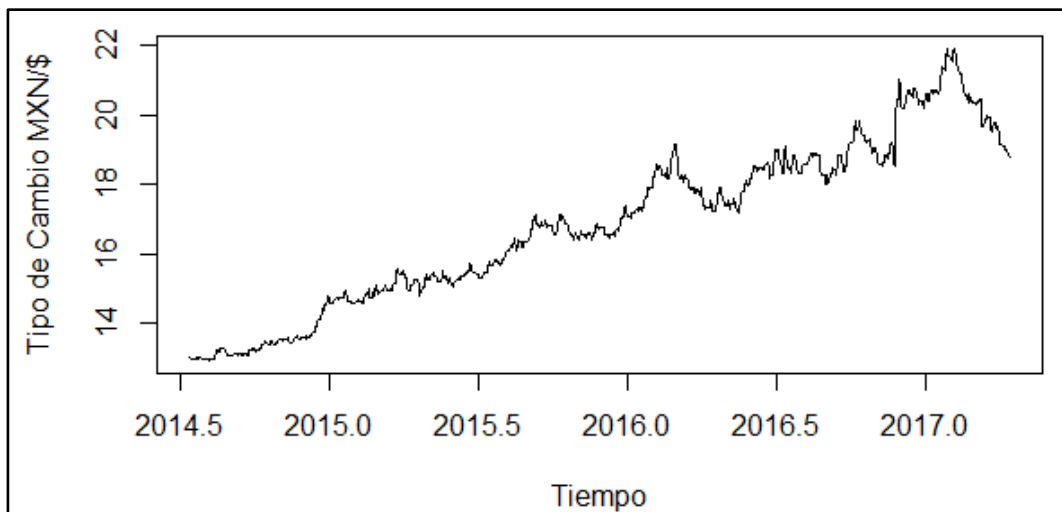
Gráfica 1: Evolución del Tipo de Cambio USD/MXN 2014-2021



Fuente: Elaboración propia a partir de datos Banxico

De lo anterior, se puede notar al menos dos períodos significativos, del 2014 al 2016 con un crecimiento continuo del tipo de cambio diario, seguido de 2017 al 2019 con un período de estabilidad. El primer período definido, muestra un coeficiente de variación de 13,84% con mínimo en 12,93 USD/MXN y máximo de 21,91 USD/MXN. Esto podría afectar las proyecciones a través de métodos estocásticos con perturbación aleatoria, dado que, una serie con tendencia requiere de un operador no aleatorio que refleje dicha tendencia.

Gráfica 2: Evolución del Tipo de Cambio USD/MXN 2014-2017



Fuente: Elaboración propia a partir de datos Banxico

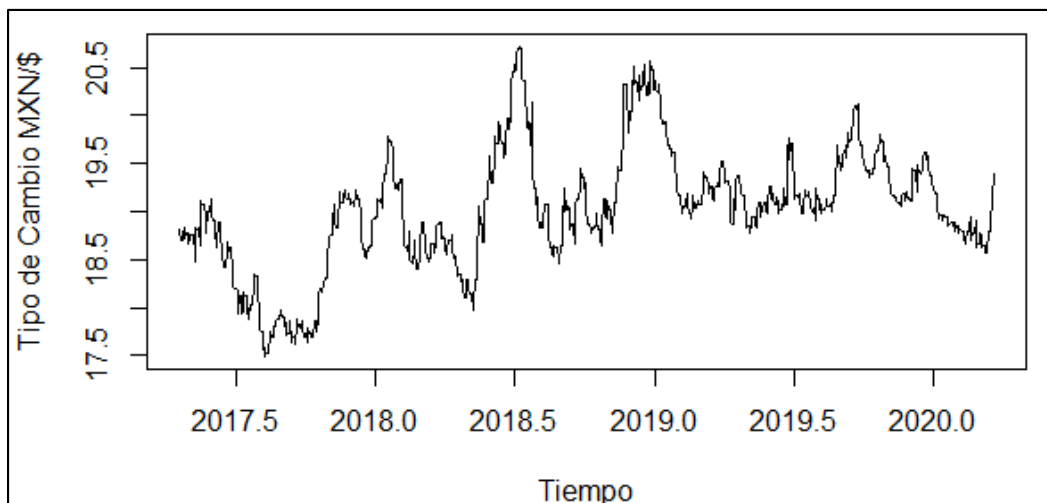
Tabla 2: Estadísticos descriptivos Tipo de Cambio USD/MXN 2014-2017

Min.	12.93
1st Qu.	15.02
Median	16.85
Mean	16.85
3rd Qu.	18.59
Max.	21.91

Fuente: Elaboración propia a partir de datos Banxico

Por su parte, el período 2017-2019 mantiene gran estabilidad con un coeficiente de variación 3,3% con mínimo en 17,49 USD/MXN y máximo en 20,72 USD/MXN, por lo que el proceso estocástico basado en la media y la volatilidad histórica del tipo de cambio puede proyectar de manera eficiente los valores futuros.

Gráfica 3: Evolución del Tipo de Cambio USD/MXN 2017-2021



Fuente: Elaboración propia a partir de datos Banxico

Tabla 3: Estadísticos descriptivos Tipo de Cambio USD/MXN 2017-2021

Min.	17.49
1st Qu.	18.69
Median	19.04
Mean	19.02
3rd Qu.	19.35
Max.	20.72

Fuente: Elaboración propia a partir de datos Banxico

Antes de proceder con los resultados de las simulaciones se debe aclarar que para su análisis, se recomienda parar el proceso estocástico en un periodo determinado (es decir, se restringe el tiempo) para así estudiar hasta ese punto cómo se comporta bajo la serie original,

de hecho, este apartado rectificará las consecuencias generadas por el futuro propuestas por (Ros, 2012, pág. 26); recordando que, la primera es que entre más lejano es el periodo futuro considerado, menos se sabe sobre él y mucho menos se pueden aplicar los cálculos de la probabilidad, es por eso que al observar la simulación en periodos tan largos los precios proyectados se alejan del comportamiento real que estos pueden tener, y una segunda es que, se tiene que usar el presente y el pasado reciente para tratar de averiguar los eventos futuros.

4.1.2 Resultados Empíricos

Los valores del tipo de cambio USD/MXN utilizados para la estimación de la simulación comprenden desde 1/07/2014 hasta 29/01/2021, con una periodicidad diaria, en la cual los estadísticos descriptivos de la simulación de la caminata aleatoria simple y la caminata aleatoria con el movimiento geométrico browniano se presentan en el cuadro siguiente.

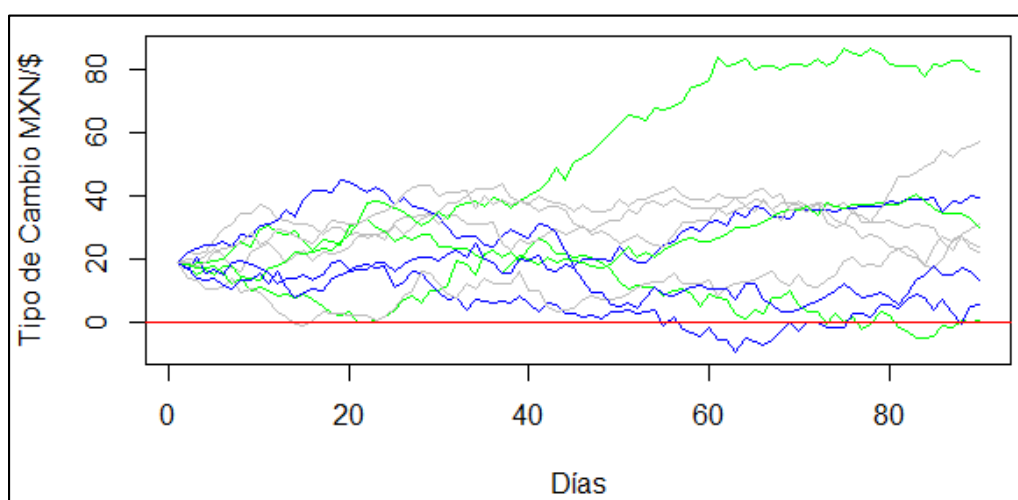
Tabla 4: Estadísticos de la Simulación del Tipo de Cambio USD/MXN 2014-2021

	Proceso estocástico aleatorio simple	MGB
Min.	18.18	14.44
1st Qu.	32.77	25.37
Median	47.95	35.73
Mean	44.05	45.49
3rd Qu.	54.49	58.15
Max.	63.82	133.85

Fuente: Elaboración propia

Considerando que tanto la caminata aleatoria como el movimiento geométrico browniano requiere que los valores de μ y σ sean constantes, la selección de un período tan largo con alta volatilidad limita la capacidad de proyección del tipo de cambio, esto se puede ver en los resultados de los valores mínimos y máximos y la media del tipo de cambio, han resultado más elevados a la serie original, por lo que no reducen el riesgo.

Gráfica 4: Simulación del Tipo de Cambio USD/MXN 2014-2021 con Caminata Aleatoria

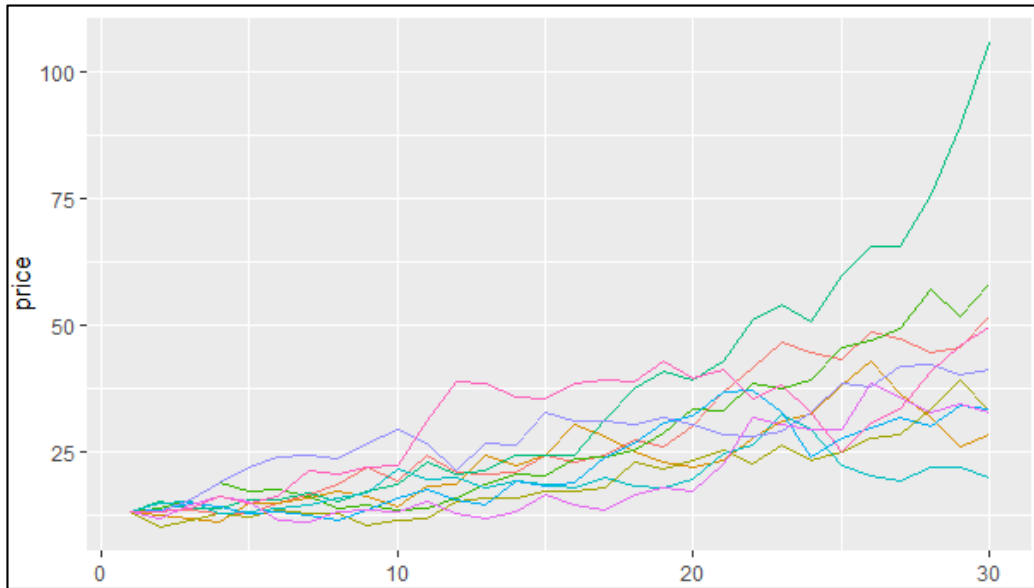


Fuente: Elaboración propia

Adicionalmente, el proceso estocástico con distribución $N(0, \sigma)$ puede generar valores negativos como se muestran las proyecciones por debajo de la línea roja, lo que conducen a mayores limitaciones de este proceso, por esta razón es recomendado trabajar con la variación del precio, para no limitar la simulación o restar credibilidad al proyectar precios negativos.

Por su parte, por eso se propone la comparación de la caminata aleatoria simple con la aplicación del movimiento geométrico browniano al ser una perturbación de $W_t: t \geq 0$, ya que tiene como particularidad el no permitir que los precios de los activos tomen valores negativos, lo cual es mucho más útil para pronosticar valores de índole económico o financiero.

Gráfica 5: Simulación del Tipo de Cambio USD/MXN 2014-2021 con MGB



Fuente: Elaboración propia

En tal sentido, se realiza la simulación utilizando los períodos seleccionados y definidos como: período1 que va desde 1/07/2014 hasta 1/04/2017, período2 que va desde 1/04/2017 hasta 29/01/2021.

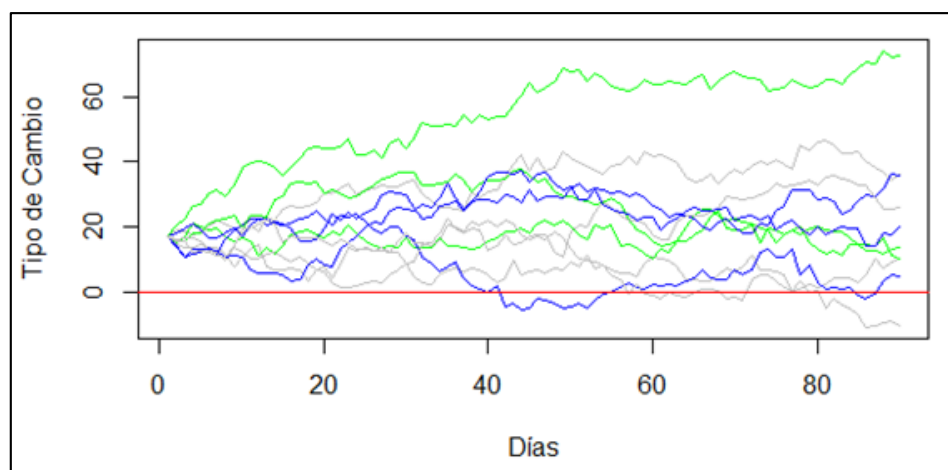
Tabla 4: Estadísticos de la Simulación del Tipo de Cambio USD/MXN 2014-2017

	Proceso estocástico aleatorio simple	MGB
Min.	-8.293	8.522
1st Qu.	1.199	15.777
Median	19.294	22.528
Mean	14.120	23.838
3rd Qu.	24.293	30.221
Max.	31.868	54.884

Fuente: Elaboración propia

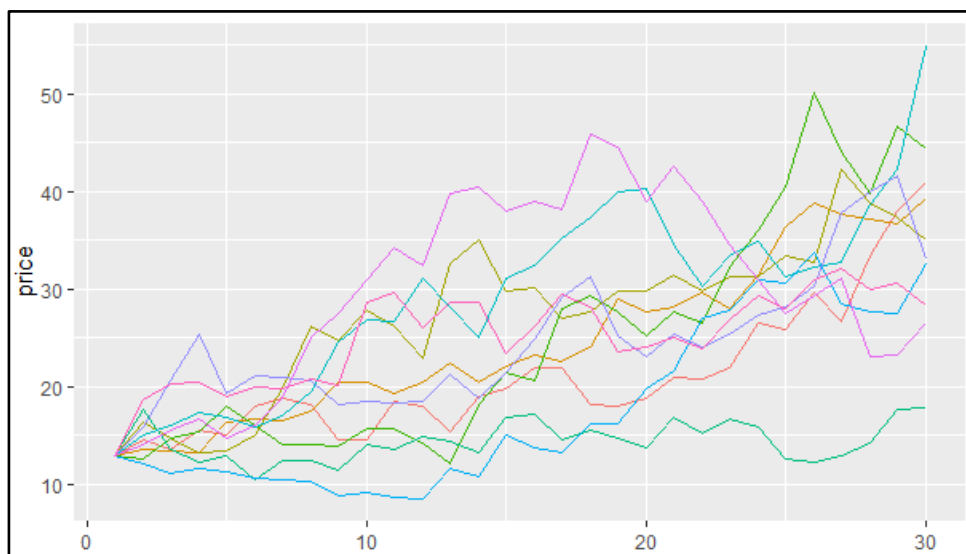
Se puede notar una disminución en la variabilidad de los datos, no solo por el rango de los valores sino por el coeficiente de variación, siendo para el proceso estocástico de caminata aleatoria igual a 88,76%, mientras que para el movimiento geométrico browniano fue de 38,84%. Adicionalmente, se hace patente la limitación de la caminata aleatoria al presentar valores negativos en esta simulación, lo cual es ilógico en términos económicos y financieros.

Gráfica 6: Simulación del Tipo de Cambio USD/MXN 2014-2017 con Caminata Aleatoria



Fuente: Elaboración propia

Gráfica 6: Simulación del Tipo de Cambio USD/MXN 2014-2017 con MGB



Fuente: Elaboración propia

Finalmente, los resultados de la simulación para los valores del tipo de cambio peso/dólar durante el período 2017-2021, mejoran en cuanto a la dispersión de los datos. El proceso estocástico con caminata aleatoria ofrece un coeficiente de variación de 19,38%; lo cual es aceptable estadísticamente, con máximo de 36.26 USD/MXN y mínimo de 18.58 USD/MXN.

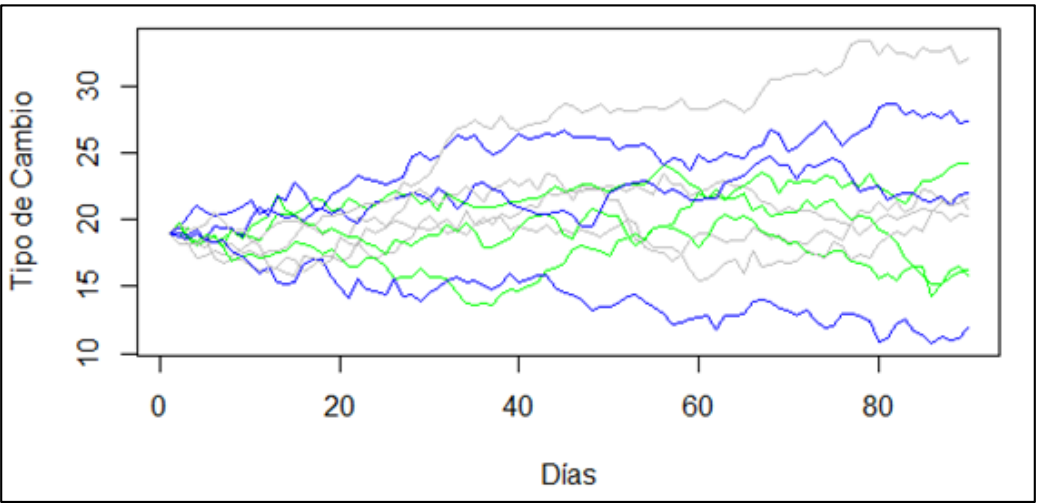
Por su parte, el proceso estocástico con movimiento geométrico browniano presenta un coeficiente de variación de 47,77% con mínimo de 13.00 USD/MXN y máximo de 78.26 USD/MXN, mostrando una dispersión más elevada que el proceso estocástico con caminata aleatoria.

Tabla 5: Estadísticos de la Simulación del Tipo de Cambio USD/MXN 2017-2021

	Proceso estocástico aleatorio simple	MGB
Min.	18.58	13.00
1st Qu.	27.16	18.46
Median	32.87	26.81
Mean	30.29	30.62
3rd Qu.	34.93	40.58
Max.	36.26	78.26

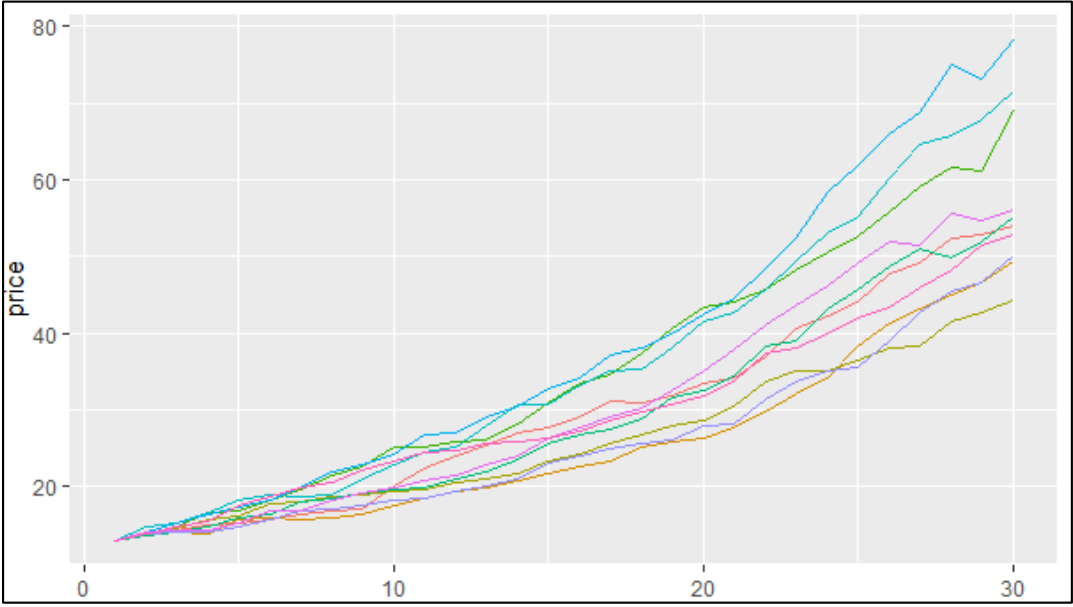
Fuente: Elaboración propia

Gráfica 7: Simulación del Tipo de Cambio USD/MXN 2017-2021 con Caminata Aleatoria



Fuente: Elaboración propia

Gráfica 8: Simulación del Tipo de Cambio USD/MXN 2017-2021 con MGB



Fuente: Elaboración propia

4.2 Comentario final sobre la utilización de los procesos estocásticos

El proceso estocástico para el pronóstico del valor del tipo de cambio es una herramienta poderosa para las finanzas, en esta sección de la investigación se ha demostrado la bondad de estos modelos comparando a través del método Monte Carlo, el proceso estocástico a través de la caminata aleatoria con distribución normal $N(0, \sigma)$, y el movimiento geométrico browniano, logrando estimar valores futuros para el tipo de cambio USD/MXN.

Entre las lecciones encontradas en el trabajo, se ha logrado conocer las debilidades del proceso estocástico de caminata aleatoria, dado que no restringe los valores negativos, que en el análisis económico y financiero es irrelevante, por eso la recomendación de simular la variación del precio, una simulación con valores negativos podría aplicarse a la tasa de inflación, ya que es común ver tasas negativas.

Si bien la simulación del tipo de cambio proyecta caminatas con variaciones de precios muy altos, también hay caminatas con precios bajos, aunque como se mencionó anteriormente, la mejor forma de poder analizar la simulación, es detenerla y compararla con el comportamiento que va tener la serie original durante esos periodos pronosticados.

Incluso podría pensarse en hacer un análisis entre pronósticos, es decir comparar una simulación de método Monte Carlo, con los modelos ARCH o GARCH que también son utilizados para modelar variables tanto económicas como financieras, para ver cómo se comportan con la serie original.

Por otro lado, es importante estudiar la serie de tiempo y su volatilidad antes de realizar pronósticos a través de procesos estocásticos asociados a variables constantes de media y desviación estándar, debido a que, a medida que se amplía el rango de datos del pronóstico, mayor es la dispersión de los datos a pesar de mantener una distribución normal, lo que implica que, la proyección será menos precisa. Entonces lo que se podría hacer es reducir el periodo de análisis para obtener mejores resultados.

Una solución ante la volatilidad de las variables en estudio es asociar el proceso estocástico a la relación retardada de la variable y acotada a un número de rezagos, esto se puede realizar mediante el uso de medias móviles en el proceso de MGB, logrando mayor

precisión en el pronóstico de los datos, pero este ejercicio se puede dejar para una investigación futura.

Por último, al querer modelar un conjunto de datos como un proceso estocástico, uno se puede preguntar cómo diferenciarlos con los demás tipos de procesos, aunque la primera pregunta que se debe hacer el interesado es ¿para qué se utilizará el proceso?, ya que esto ayudará a diferenciar, por ejemplo, para saber cuántas veces cae la bolsa de bajo de un índice en un día se pueden utilizar los procesos de Poisson que son contadores, Rincón (2012) define este proceso al tiempo t como el número de ocurrencias del evento que se han observado hasta ese instante t , véase en la (pág. 116).

Pero también se tienen, los procesos estacionarios, los procesos de Markov, y los procesos autoregresivos. Por ejemplo, los procesos de Markov se caracteriza a través de sus funciones condicionadas a la información pasada, por lo que se puede ver la aplicación de las expectativas dentro de los procesos estocásticos.

Si se quiere conocer en el futuro la probabilidad de un suceso, este va a estar caracterizado por la información que se tiene del presente y de los tiempos pasados. Por ejemplo, para determinar un valor del tipo de cambio se puede reexpresar la ecuación que define Rincón (2012, pág. 28) a lo siguiente;

$$P(TC_{tn+1} < tc_{tn+1} | TC_{t1} = tc_{t1}, tc_{t2}, tc_{t3}, \dots, tc_{tn}) \quad (15)$$

$$P(TC_{t+1} < tc_{t+1} | TC_t = tc_t) \quad (16)$$

Es decir, que si el proceso TC_t es la evolución del tipo de cambio USD/MXN de hoy (t), ¿Qué probabilidades hay de que el tipo de cambio mañana sea menor a tc_{t+1} (un valor que se le asigne), sabiendo que el precio de cierre de hoy es tc_t (el ultimo valor que se tiene)?, por lo que estos procesos se caracterizan por tener memoria corta.

Entonces, se considera un proceso de Markov si la información que es de interés es reciente, y se construye a partir de resultados anteriores, es decir que se va a utilizar la información de hoy para mañana, pero esto también quiere decir que para el proceso de hoy también se deben conocer los sucesos del pasado, y a esto es lo que se le conoce como cadenas de Markov. Además, este proceso puede ser en tiempo discreto o continuo según Rincón (2012).

De hecho, se podría construir y formalizar un proceso estocástico Markoviano para seguir ejemplificando su utilización en el ámbito económico y financiero, para así seguir justificando que el uso de dichos procesos puede ayudar a tomar una mejor decisión y además que su utilización ayuda la mitigación del riesgo y la disminución de la incertidumbre.

Es decir, que las cadenas de Markov pueden ser utilizadas para estimar las probabilidades de tendencia a largo plazo, en este caso del USD/MXN. Ya que durante el transcurso del tiempo el par de divisa sube, baja o se mantiene, (véase en la gráfica 1), por lo que estos serían los 3 diferentes estados que se propondrían para modelar el problema como una cadena de Markov.

Para concluir, la disminución de riesgo es uno de los principales objetivos de aplicar un modelo Markoviano ya que este arroja posibles comportamientos de subida, o bajada respecto a datos recabados (tipo de cambio). Lo que podría mantener alerta a los inversionistas para tener una idea de cuando es riesgoso realizar operaciones. Tal y como lo expresan en el artículo *“Volatilidad estocástica del tipo de cambio peso-dólar: el régimen flotante en México”* los autores López, Domingo y Ortiz (2011), donde analizan la volatilidad cambiaria peso-dólar mediante un modelo de volatilidad estocástica con un enfoque Markoviano. Y es este enfoque el que les permite identificar periodos de baja y alta volatilidad. Pero también expresan que la volatilidad de los mismos activos financieros, son lo que incentivan al mismo desarrollo de nuevos mercados o instrumentos donde se pueda reducir o incrementar las condiciones de alta volatilidad.

Por lo que queda claro que la volatilidad incrementa el riesgo de pérdidas, y estas pueden estar relacionadas con inversiones tanto públicas, como privadas; entonces el riesgo forma parte importante para la actividad económica, las cuales se ven involucradas a intercambios internacionales casi en todo momento, ya sean físicamente o desde el sector bursátil con los derivados y en general con los commodities.

5. CONCLUSIONES

En los últimos años, la economía ha experimentado una serie de cambios y transformaciones profundas que han impactado tanto la forma de llevar a cabo el análisis económico, como financiero, así como el diseño de política económica y la toma de decisiones. Se ha cuestionado esta idea que mantienen algunos economistas cuando se refieren a que el mercado es eficiente, refiriéndose a que creen que los mercados valoran con precisión las acciones en función de sus ganancias futuras. Lo anterior hace referencia a que, “un mercado se considera eficiente cuando los precios reflejan la información relevante para tomar decisiones de inversión” Fama (1970).

Estos cambios han abierto nuevos paradigmas que resaltan la exposición del mercado y en general de la política económica a diferentes tipos de riesgos. Por lo que han abierto otros horizontes a la formalización de herramientas cada vez más sofisticadas que permiten una mayor comprensión de los fenómenos financiero y económicos. En este campo, uno de los cambios más importantes es la superación del marco determinista; no solo como resultado del riesgo inherente a la mayoría de los activos financieros, sino como una respuesta más completa a los procesos de decisión de los agentes económicos. La adecuada y oportuna administración de riesgos reduce la varianza de las variables del análisis, lo que permite crear dispositivos congruentes, eficaces y creíbles que minimicen el impacto esperado de los choques exógenos. Por otro lado, la discusión permanente sobre la estrategia de política económica, así como los instrumentos y mecanismos para desarrollarla, se ha ubicado en un marco de referencia más amplio en donde se incorporan diversos factores de riesgo que afectan el manejo de las políticas monetaria y fiscal, por ejemplo la simulación de la tasa de interés a través de procesos estocásticos como el tipo de cambio permite determinar con mayor precisión las necesidades de gasto en el presupuesto público para el siguiente ejercicio fiscal. Es decir, los procesos estocásticos permiten dentro de la política fiscal hacer mejores estimaciones de las variables más importantes.

Dentro de los principales problemas económicos que afrontan los agentes económicos, estos están relacionados con la reducción del riesgo y la mitigación de la incertidumbre. Por

lo que, la buena gestión de la información económica es determinante para establecer posibles escenarios a corto y mediano plazo, bien sean positivos o negativos, la importancia recae en la posibilidad de anticipar las dinámicas de la economía e interpretar las variables económicas de una forma acertada y casi precisa. En este sentido, la economía tiende a tener cambios impredecibles y no un comportamiento determinista, por lo que, la racionalidad procedimental debe estar orientada a comprender y simular escenarios económicos en función de diseñar políticas económicas que beneficien a la sociedad y a las instituciones.

Por otro lado, la comprensión y distinción del riesgo junto con la incertidumbre es fundamental para la toma de decisiones. Es importante saber diferenciar riesgo de incertidumbre; la investigación concluye que la correcta gestión del riesgo depende de la comprensión de la incertidumbre y de la probabilidad. Por lo tanto, riesgo se define como vislumbrar una posibilidad de un escenario deseado o no deseado, es decir, la posibilidad que ocurra un evento cuya posibilidad resulte beneficioso o no, es la verdadera interpretación de la noción del riesgo.

Uno podría preguntarse incluso si, ¿existen reglas que permiten estimar que decisión tomar, si anteriormente el agente ya ha comprado un activo?

Y esta podría responderse al estilo del Teorema de Bayes; donde las reglas de asociación de algún producto, junto con un algoritmo a priori servirían para relacionar activos entre sí, de tal forma en que se puedan generar estrategias de compra y venta. Por lo que el uso de la ciencia de datos mejora en diferentes aspectos la toma de decisiones de los diferentes agentes; y este es el motivo por el cual los inversionistas utilizan esta herramienta dentro del mercado financiero.

Ya que si bien, la economía financiera suele estudiarse con paradigmas lineales. Es decir, la visión de que para cada acción hay una reacción proporcional. Se ha observado que en la realidad no se cumplen estas reacciones tan proporcionales. Entonces se encuentra en situaciones de trayectorias no continuas. Por lo que la conducta de los precios de las acciones no parece seguir ciclos regulares tales como la teoría bursátil de resultados repetitivos lo trata de explicar, sino por el contrario siguen una ruta aleatoria, esto debido a que el mercado se encuentra en situaciones en donde hay que enfrentarse a distintos cambios y para poder adaptarse a estos cambios debe existir complejidad. En esta realidad se necesitan estudios

multidisciplinarios, donde no solo participe una sola corriente económica, o incluso la rama económica, sino que deben integrarse cada vez más otras disciplinas.

En este sentido, se concluye que es preciso desarrollar investigaciones futuras que arrojen nuevas formas de interpretar las perturbaciones y fluctuaciones no solo económicas, sino también financieras, las cuales integren componentes tecnológicos y se contemple la construcción de portafolios, con estos procesos estocásticos, ya que se podrían comparar los rendimientos de la construcción de un portafolio normal, con la de un portafolio estocástico.

Finalmente, en el ámbito económico, se deberían realizar reflexiones de fondo en cuanto a la resolución de problemas económicos desde la relación de los ámbitos “micro” con respecto a los “macro”; la aplicación de esta relación ha estado sustentando mayormente en la pedagogía académica, más que en el desarrollo exploratorio de nuevos procesos estocásticos. Los hechos macroeconómicos ya no solo se explican con modelos estático o deterministas, incluso con modelos de equilibrio general intertemporal, sino que ahora dependen directa o indirectamente de las conductas de consumo, gasto, ahorro, e inversión de los hogares, las empresas y agentes económicos. Por otro lado, la finalidad de las políticas monetarias y fiscales deberían estar orientadas a la estabilización de las variables económicas mediante la aplicación de análisis y métodos estocásticos comprobados y eficaces para la generación de nuevas variables que permitan en mejor y mayor medida la simulación de escenario económicos como a corto y largo plazo.

BIBLIOGRAFÍA

- Abigail Rodríguez Nava; Francisco Venegas Martínez. (2011). Impactos de la tasa de interés sobre el déficit público. Modelos de simulación Monte Carlo. En M. d. Preece, C. Z. Badillo, & F. L. Herrera, *Administración de riesgos, Vol. III, Modelos y Entorno Financiero* (págs. 193-229). Mexico: Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Azcapotzalco.
- Albeláez, J. (2004). Un curso rápido de cálculo estocástico para aplicaciones a modelos económicos. *Semestre Económico*, vol. 7, núm. 14, julio-diciembre, Universidad de Medellín, 129-147.
- Andrew Kuritzkes y Schürmann Til. (2010). What We Know, Don't Know, and Can't Know about Bank Risk: A View from the Trenches. In Francis X. Diebold, Neil A. Doherty, and Richard J. Herring, *The Known, the Unknown, and the Unknowable in Financial Risk Management: Measurement and Theory Advancing Practice*. Princeton, Oxford, 103-144.
- Arnal, J. (1992). *Investigación educativa: fundamentos y metodología*. Barcelona: Editorial Labor S.A.
- Baddeley, M. (2018). *Economía conductual: pasado, presente y futuro*. Universidad of South Australia.
- Banco de Mexico. (2009). *Regímenes Cambiarios en México a partir de 1954*.
- Baumol, W. (2004). *On Rational Satisficing*. En *Models of a Man. Essays in the memory of Herbert A. Simon*.
- Beck, U. (1998). *La Sociedad del Riesgo: Hacia una nueva modernidad*, . Barcelona, : Paidós.
- Bellman, R. (1958). *Dynamic Programming and Stochastic Control Processes*. The Rand Corporation, Santa Monica, California .
- Calderin, O. G. (2014). *Herbert Simon: racionalidad limitada y mercados financieros eficientes*. Comité Académico del Centro para la Divulgación del Conocimiento Económico.
- Chamorro, E. T., Erazo, J. A., & Montenegro, E. A. (2008). Knight y sus aportes a la teoría del emprendedor. *Estudios Gerenciales*, Vol. 24, No. 106, 83-98.
- Cruz, A., Zapata, C., & Medina, D. (2010). Comportamiento del precio de las acciones en Colombia un enfoque de la caminata aleatoria. *Scientia et Technica Año XVI, No 44*, 84-89.

- Dorante Hernández, P., Rodríguez Nava, A., & Garibay Ayala, R. (2017). Simulación Estocástica del Tipo de Cambio de Monedas Latinoamericanas Respecto al Dólar Estadounidense. *Ciencias Administrativas. Teoría Y Praxis, Num. 1* , 148-159.
- Dorantes Hernández; Rodríguez Nava; Garibay Ayala. (2018). Simulación estocástica del tipo de cambio: peso-dólar estadounidense y peso-euro. *Administración de Riesgos, Vol. 7, Mercados, modelos y estrategias financieras*, 259-277.
- Fama, E. F. (1970). Efficient Capital Markets: A review of theory and empirical work. . *International Journal of Humanities and Social Science, Vol. 25*, 83-417.
- Fox, J. (2010). *The Myth of the Rational Market. A history of risk, reward, and delusion on Wall Street*. Harriman House.
- Francisco López; Domingo Rodríguez; Francisco Ortiz. (2011). Volatilidad estocástica del tipo de cambio peso-dólar: el régimen flotante en México. *Investigación económica, vol. LXX, 276, abril-junio*, 19-50.
- Galán Figueroa, J. (2015). *Políticas y modelos en Tinbergen y Muth*. División de Estudios de Posgrado, Facultad de Economía, UNAM.
- George, D. A. (2005). La dinámica de las expectativas racionales: una crítica metodológica. *Investigación Económica, octubre-diciembre, Vol. LXIV, numero 254, UNAM*, 71-89.
- Gómez, L. (2010). Un espacio para la investigación documental. *Revista Vanguardia Psicológica / Año 1 / Volumen 1 / Numero 2, octubre-marzo*, 226-233.
- Gómez, N. G. (2000). ¿El consenso sobre la racionalidad económica? *Estudios Gerenciales, Universidad ICESI*, 49-60.
- Gordon, M. J. (1994). La Teoría neoclásica y poskeynesiana de la inversión. *Investigación Economica, Vol. 54, No. 210, Sección temática: Financiamiento e inversión (octubre-diciembre)*, 143-164.
- Grajales, C. A., & Ocaris Perez Ramirez, F. (2008). *Modelos discretos y continuos para estimar la densidad de probabilidad de la volatilidad estocástica de los rendimientos de series financieras*. 2008: IV Simposio Nacional y I Internacional de docentes de Finanzas.
- Hansson, S. (2011). *Risk.* ” In Edward N. Zalta. Stanford Encyclopedia of Philosophy.
- Harrod, R. (1939). *An Essay in Dynamic Theory*. The Economic Journal.
- Hernández, J. (2012). *Usos y limitaciones de la dinámica estocástica en el análisis macroeconómico convencional*. México, D.F.: Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, Departamento de Economía.

- Hornero, D. C. (2004). *Expectativas financieras y la decisión de inversión*. Dpto. Matemática Económica, Financiera y Actuarial. Avda. Diagonal 690, 08034 Barcelona: Universidad de Barcelona.
- John C. Cox; Jonathan E. Ingersoll; Jr. and Stephen A. Ross. (1985). A Theory of the Term Structure Of Interest Rates. *Econometrica*, Vol. 53, No. 2, 385-407.
- Keynes, J. M. (1937). The General Theory of Employment. *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 51, No. 2, 209–223.
- Keynes, M. J. (1936). *Teoría general del empleo, el interés y el dinero*. Reino Unido: Palgrave Macmillan.
- Knight, F. (1921). *Risk, Uncertainty, and Profit*. Boston MA: Hart, Schaffner and Marx; Houghton Mifflin.
- Knight, F. (2002). *La ética de la competencia*. Revista de Economía Institucional.
- Kydland, F., & Prescott, C. (1982). *Time to Build and Aggregate Fluctuations*. *Econometrica*, Vol. 50, No. 6, pp. 1345-1370.
- Lomelí, H., & Rumbos, B. (2003). *Métodos Dinámicos en Economía: otra búsqueda del tiempo perdido*. México: Thomson.
- Lucas, R. (1977). *Understanding Business Cycles*. Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy.
- Macaya, A. (2007). *Las Hipótesis de Expectativas Adaptativas y Racionales en los Modelos Económicos Dinámicos Lineales*. Córdoba 2122, Buenos Aires, Argentina: Centro de Investigaciones en Métodos Cuantitativos Aplicados a la Economía y la Gestión.
- Marco, L. E. (1969). Expectativas de precios. *Económica*, Año XV, No. 3, 275-281.
- Martín, M. Q. (2017). *Breve recorrido histórico por la Psicología Económica*. Universidad de Salamanca, Departamento de Psicología Social y Antropología.
- Mosiño, A., Salomón-Núñez, L., & Moreno-Okuno, A. (2018). Estudio Empírico sobre el Tipo de Cambio MXN/USD: Movimiento Browniano Geométrico Versus Proceso Varianza-Gamma. *EconoQuantum/ Vol.16, Núm. 1*, 33-56.
- Muth, J. (1961). *Rational expectations and the theory of price movements*. *Econometrica*.
- Navarro, Juan Miguel Arranz y Alfredo Martín. (1982). *Las expectativas racionales en la teoría y en la política económica: una visión introductoria*. Universidad de Mar del Plata. Municipalidad del Partido de General Pueyrredon. Facultad de Ciencias Económicas y Sociales.
- Onésimo Hernández y Francisco Venegas. (2012). Toma de decisiones de agentes racionales con procesos Markovianos. *El trimestre económico*, vol. LXXIX (4), núm. 316, octubre-diciembre, 733-779.

- Ono, Y., & Shibata, A. (2001). *Government spending, Interest Rates and Capital Accumulation in a two - sector model* . Canadian Journal of Economics .
- Pascale, R. (2009). *Decisiones Financieras*. 6a ed. Buenos Aires: Prentice Hall- Perarson Education.
- Pedraja, L. (2000). Modelo Estocástico Wiener Gauss: una Aplicación a la Economía Financiera en el Mercado de Capitales de España. *Revista Facultad de Ingeniería, núm. Universidad de Tarapacá, Chile*, 37-47.
- Quiroga, E. (2017). *Eficiencia en los mercados financieros y predicción de precios de los activos*. Ciencias Administrativas, núm. 10.
- Reen, O. (2005). *White paper on risk governance: Towards an intergrative approach* . . International Risk Governance Council.
- Rincón, L. (2012). *Introducción a los procesos estocásticos*. México DF: Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias UNAM.
- Rivera Berrío, J. G. (2007). *La Borrosa Distinción Riesgo-Incertidumbre*. Revista Tecnológicas No 19.
- Robert E, L. (1976). *Econometric Policy Evaluation: A Critique*. Carnegie-Rochester conference series on public policy.
- Robert E, L., & J Sargent, T. (1972). *Expectativas Racionales y la “Nueva Economía Clásica”*. Econometria.
- Romer, D. (2002). *Macroeconomía Avanzada*. México: McGraw-Hill.
- Ros, J. (2012). La Teoría General de Keynes y la macroeconomía moderna. *Investigacion económica, Vol. LXXI, 279, enero-marzo*, 19-37.
- Rothbard, M. (2004). *Man, Economy, and State. a Treatise on Economic Principles*. Alabama: Ludwig VonMises Institute.
- Saavedra Barrera, P., & Ibarra Mercado, V. H. (2007). *El método Monte-Carlo y su aplicación a Finanzas*. Notas del curso impartido en el primer coloquio del Departamento de Matemáticas de la UAM-Iztapalapa.
- Samuelson, P. (1965). *Racional Theory of Warrant Prices*. Industrial Management Review.
- Sargent , T. (1993). *Bounded Rationality in Macroeconomics*. Oxford U. Press .
- Simon, H. (1972). Theories of Bounded Rationality. *McGuire, C.B. and Roy Redner (eds.). Decisions and Organization. NY: North-Holland Publishing*, 161-176.
- Valderas Jaramillo, J. M., & Alba Riesco, J. M. (2002). *Modelización estocástica en los mercados financieros: Un puesnte entre lo simple y lo complejo*. Universidad Autónoma de Madrid. Fundación General.

- Vargas, J. G. (2018). Integración de la Economía con la Psicología: Richard H. Thaler, Premio Nóbel de Economía 2017. *Estudios económicos. Vol. XXXV, No. 71*, 101-113.
- Vasicek, O. (1977). *An Equilibrium Characterization of the Term Structure* . Journal of Financial Economics .
- Velásquez-Gaviria, D. (2019). Introducción al Movimiento Browniano para Finanzas en R. *Departamento de Finanzas, Instituto Tecnológico Metropolitano, Colombia*.
- Venegas, F. (2009). Un modelo estocástico de equilibrio macroeconómico: acumulación de capital, inflación y política fiscal. *Investigación Económica, vol. LXVIII, núm. 268, Facultad de Economía*, 69-114.
- Woodford, M. (2011). *Expectativas Racionales y la "Nueva Economía Clásica"*. Foco Económico .
- Zwick, M., & Reen, O. (2002). *Perception and Evaluation of Risk: Findings of the "Baden-Württemberg Risk Survey"*. Center of Technology Assessment.

APÉNDICES

A. SIMULACIÓN DE UNA CAMINATA ALEATORIA

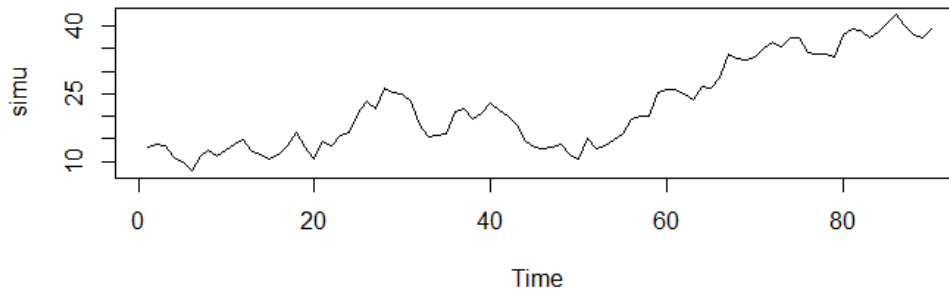
$$TC_t = TC_{t-1} + x$$

Donde TC_t es el tipo de cambio USD/MXN en el período t , y x representa la perturbación estocástica, que, asumiendo una caminata aleatoria con distribución normal, $x \sim N(0, \sigma)$.

Se simula el proceso junto a la perturbación con 90 días adelante, además se generan 10 caminatas. Al ser una gran cantidad de datos, se optó solo por incluir en el trabajo el resumen de los datos de la simulación.

Tipo de Cambio del periodo 2014-2021

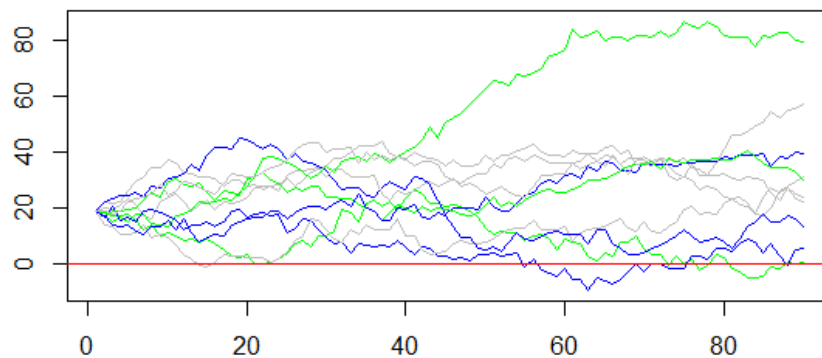
```
#cargar el proceso estocastico camitana aleatoria simple#  
  
Mu= mean(TC.ts)  
Mu  
des=sd(TC.ts)  
des  
  
simu= vector()  
simu[1]=(TC.ts[1,])  
simu[1]  
simu[2]=simu[1]+rnorm(n=1, mean=0, sd=des)  
simu[2]  
T=90  
for (t in 2:T){  
  simu[t]=simu[t-1]+rnorm(n=1, mean=0, sd=des)  
}  
  
> simu  
[1] 13.000200 13.753949 13.313600 10.908274 9.990185 7.758225 11.263950  
[8] 12.543062 11.276874 12.488650 13.891127 14.774928 12.305797 11.352870  
[15] 10.379817 11.544505 13.568903 16.487965 13.102216 10.657380 14.323834  
[22] 13.482348 15.758144 16.529448 20.855356 23.411409 21.592336 26.258387  
[29] 25.307631 24.948190 23.438986 18.064597 15.270764 15.889502 16.072511  
[36] 21.119146 21.576025 19.324377 20.827985 22.972522 21.386457 20.020179  
[43] 18.116571 14.416794 13.228478 12.916115 13.065820 13.880860 11.536215  
[50] 10.518697 15.140244 12.682097 13.386071 14.670274 16.251820 19.217354  
[57] 20.152615 20.067069 25.172704 25.836139 25.996889 24.850118 23.544766  
[64] 26.767238 26.352678 28.462446 33.818077 32.796195 32.563176 33.062368  
[71] 35.207803 36.635072 35.612963 37.351253 37.513033 34.210352 33.745631  
[78] 33.882694 33.101377 37.988693 39.327015 39.222165 37.369890 38.754404  
[85] 40.768208 42.573519 40.165049 38.221185 37.537278 39.563956
```



```
summary(simu)
sd(simu)/mean(simu)
ts.plot(simu)
simu

s=10
p=matrix(nrow=T, ncol=s)
p[1,]=mean(TC.ts)
head(p)
for (s in 1:s) {
  for (t in 2:T) {
    p[t,s]= p[t-1,s]+rnorm(n=1, mean = 0, sd=des)
  }
}
head(p)
```

```
> head(p)
      [,1]      [,2]      [,3]      [,4]      [,5]      [,6]      [,7]      [,8]
[1,] 18.50325 18.50325 18.50325 18.50325 18.50325 18.50325 18.50325 18.50325
[2,] 19.36838 19.82832 14.28957 21.54657 14.94375 18.57355 16.26952 18.50499
[3,] 21.20241 21.03588 18.22204 18.22860 15.32891 24.94040 15.38536 18.19268
[4,] 22.12833 24.87133 16.13019 19.54909 16.17886 23.56617 16.00427 17.75589
[5,] 18.49604 23.32618 14.77707 20.60384 16.75073 24.74338 15.11451 19.75589
[6,] 23.93375 22.62209 12.66005 19.34242 17.99669 23.74188 13.85026 21.29599
      [,9]      [,10]
[1,] 18.50325 18.50325
[2,] 17.26379 15.94351
[3,] 22.48750 14.08486
[4,] 23.40055 19.35405
[5,] 23.68494 21.77712
[6,] 23.49376 20.61406
> |
```



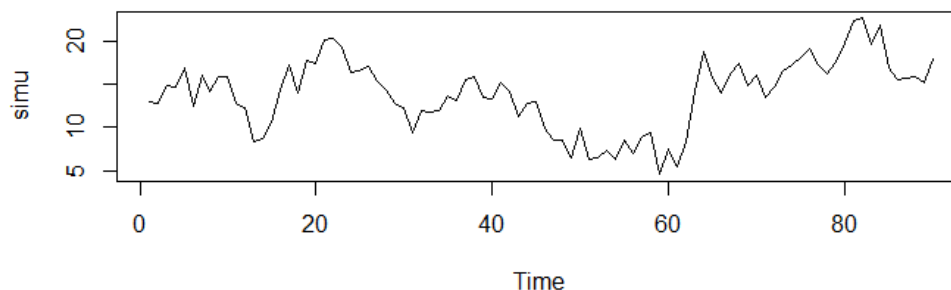
Tipo de Cambio del periodo1 2014-2017

Se procede hacer el mismo proceso, solamente recurriendo al periodo establecido.

```
#prueba con la segunda serie (periodo 1)#
Mu= mean(TC.ts1)
Mu
des=sd(TC.ts1)
des

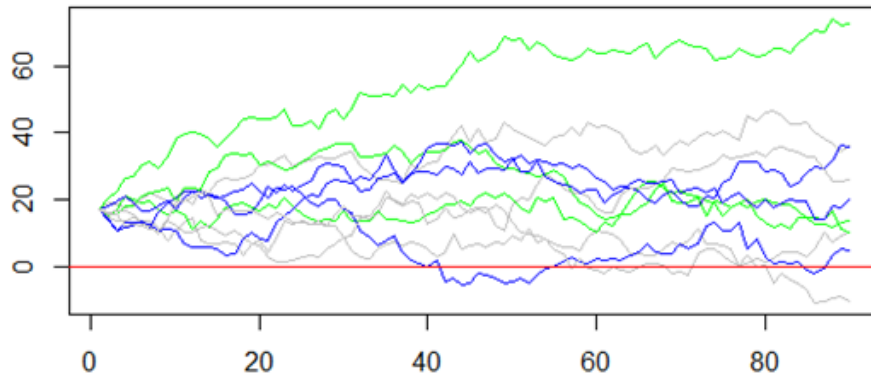
simu= vector()
simu[1]=(TC.ts1[1,])
simu[1]
simu[2]=simu[1]+rnorm(n=1, mean=0, sd=des)
simu[2]
T=90
for (t in 2:T){
  simu[t]=simu[t-1]+rnorm(n=1, mean=0, sd=des)
}
summary(simu)
sd(simu)/mean(simu)
simu
ts.plot(simu)
summary(p)
sd(p)/mean(p)
```

```
> simu
 [1] 13.000200 12.884843 14.878312 14.762211 16.919847 12.424855 16.103458
 [8] 14.209368 15.798438 15.851428 12.851973 12.277269  8.419194  8.758249
[15] 10.567088 14.293246 17.278145 14.058137 17.753527 17.481738 20.158074
[22] 20.263510 19.348026 16.412957 16.549823 17.081578 15.315312 14.288076
[29] 12.828912 12.371725  9.364427 11.997294 11.852309 12.006364 13.650976
[36] 13.106351 15.548089 15.904365 13.477474 13.264964 15.138663 14.172083
[43] 11.356045 12.749831 12.999543  9.843828  8.530346  8.483079  6.471595
[50]  9.872362  6.260618  6.497420  7.351306  6.250800  8.589276  7.066242
[57]  8.810868  9.415616  4.562419  7.487966  5.537007  8.322407 14.205532
[64] 18.856982 15.668217 13.984915 16.160777 17.327078 14.771898 15.989898
[71] 13.500089 14.652597 16.634977 17.194476 18.030727 19.113303 17.256977
[78] 16.132006 17.512104 19.792273 22.437406 22.618501 19.566885 21.865725
[85] 16.944891 15.606514 15.657933 15.837353 15.187860 17.913660
```



```
s=10
p=matrix(nrow=T, ncol=s)
p[1,]=mean(TC.ts1)
head(p)
for (s in 1:s) {
  for (t in 2:T) {
    p[t,s]= p[t-1,s]+rnorm(n=1, mean = 0, sd=des)
  }
}
head(p)
ts.plot(p, col= c("grey", "green", "blue"), xlab="Días", ylab="Tipo de Cambio")
abline(h=0, col="red")
```

```
> head(p)
      [,1]      [,2]      [,3]      [,4]      [,5]      [,6]      [,7]      [,8]
[1,] 16.84556 16.84556 16.845556 16.84556 16.84556 16.845556 16.84556 16.84556
[2,] 17.98677 16.97528 15.929648 17.48953 15.80964 14.731407 20.88278 17.00000
[3,] 18.11431 18.15777 14.529225 20.03516 17.23728 12.285204 28.60124 18.67952
[4,] 20.95146 15.30340 11.627987 20.53184 15.93345 9.998900 27.17414 16.70118
[5,] 18.18820 16.91189 10.183410 21.81166 13.71595 10.153204 27.21992 17.84939
[6,] 18.49942 15.60848 9.134996 20.59514 14.00965 9.910577 29.07191 14.11518
      [,9]      [,10]
[1,] 16.845556 16.84556
[2,] 15.141913 18.83886
[3,] 13.417211 20.62339
[4,] 13.086931 21.09278
[5,] 9.939660 21.57571
[6,] 7.350751 25.09572
```



Tipo de Cambio del periodo1 2017-2021

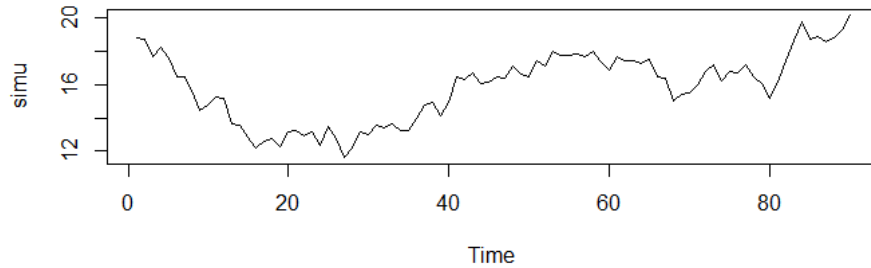
```
#prueba con la segunda serie (periodo 2)#
Mu= mean(TC.ts2)
Mu
des=sd(TC.ts2)
des

simu= vector()
simu[1]=(TC.ts2[1,])
simu[1]
simu[2]=simu[1]+rnorm(n=1, mean=0, sd=des)
simu[2]
T=90
for (t in 2:T){
  simu[t]=simu[t-1]+rnorm(n=1, mean=0, sd=des)
}
summary(simu)
sd(simu)/mean(simu)
simu
ts.plot(simu)
```

```

> simu
[1] 18.80920 18.75652 17.69409 18.22342 17.61775 16.44242 16.47837 15.64614
[9] 14.44065 14.79334 15.23677 15.21137 13.64810 13.55578 12.82621 12.19713
[17] 12.57868 12.73391 12.28847 13.17922 13.23991 12.92189 13.17700 12.36829
[25] 13.51073 12.75902 11.59194 12.16366 13.18404 12.99341 13.52870 13.37541
[33] 13.67563 13.26483 13.22619 13.99486 14.75696 14.91240 14.12381 14.97039
[41] 16.47787 16.27787 16.75272 16.09512 16.18948 16.44549 16.43164 17.09223
[49] 16.65939 16.51242 17.44071 17.13115 18.05349 17.79257 17.79132 17.82573
[57] 17.65373 17.99013 17.38888 16.85407 17.68968 17.45842 17.44264 17.31269
[65] 17.56560 16.45961 16.38175 15.04500 15.41172 15.47359 16.02164 16.83022
[73] 17.20550 16.22240 16.76858 16.69309 17.18399 16.50771 16.10525 15.21508
[81] 16.14772 17.46649 18.70128 19.79764 18.76564 18.88366 18.58784 18.79791
[89] 19.30301 20.16535

```



```

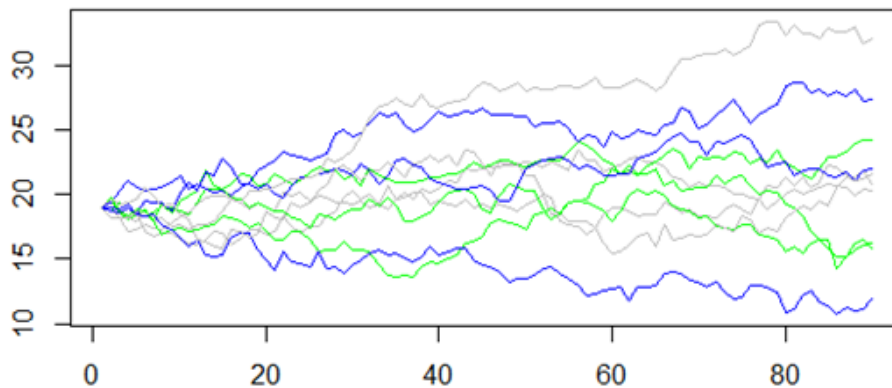
s=10
p=matrix(nrow=T, ncol=s)
p[1,]=mean(TC.ts2)
head(p)
for (s in 1:s) {
  for (t in 2:T) {
    p[t,s]= p[t-1,s]+rnorm(n=1, mean = 0, sd=des)
  }
}
head(p)
ts.plot(p, col= c("grey", "green", "blue"), xlab="Días", ylab="Tipo de Cambio")
abline(h=0, col="red")

```

```

> head(p)
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7] [,8]
[1,] 19.01792 19.01792 19.01792 19.01792 19.01792 19.01792 19.01792 19.01792
[2,] 19.02048 18.87275 18.68763 19.51356 18.36915 18.40404 18.93192 18.99526
[3,] 19.74828 18.29335 18.43496 20.17446 18.33051 18.41243 18.66557 18.57983
[4,] 19.35065 19.51032 20.12834 20.16377 18.18359 18.61455 19.06469 18.62518
[5,] 19.96975 18.49725 20.55681 19.77351 19.59312 19.33415 17.80128 18.38810
[6,] 19.53998 19.42312 19.45884 19.21989 19.58260 19.11836 19.09466 17.71913
      [,9] [,10]
[1,] 19.01792 19.01792
[2,] 19.75772 19.63104
[3,] 20.69696 19.41963
[4,] 21.16206 19.12389
[5,] 21.57434 19.18491
[6,] 20.92591 19.09950

```



B. SIMULACIÓN DE CAMINATA ALEATORIA CON EL MOVIMIENTO GEOMÉTRICO BROWNIANO.

Se parte del proceso de Wiener (Mosiño, 2018; Saavedra Barrera & Ibarra Mercado, 2007; Velásquez-Gaviria, 2019):

$$TC_t = TC_{t-1}e^{x_t}$$

Siendo, $x_t = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma w_t$, por lo que, se puede notar que el valor proyectado del tipo de cambio está relacionado al valor inmediato anterior por la media de la distribución (μ) y la volatilidad (σ) en el período de tiempo, con $W_t: t \geq 0$.

Tipo de Cambio del periodo 2014-2021

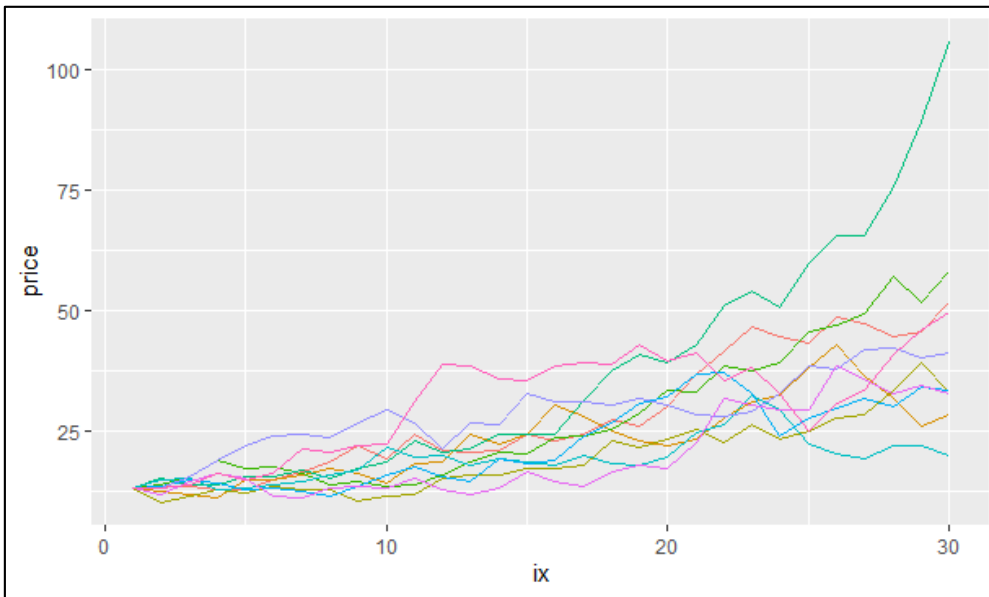
```
#Carga el proceso GBM#
gbm_loop = function(nsim = TC[1,], t = 25, mu = 0, sigma = des, s0 = Mu, dt = 1./365) {
  gbm = matrix(ncol = nsim, nrow = t)
  for (simu in 1:nsim) {
    gbm[1, simu] <- s0
    for (day in 2:t) {
      epsilon <- rnorm(1)
      dt = 1 / 365
      gbm[day, simu] <- gbm[(day-1), simu] * exp((Mu - sigma * sigma / 2) * dt + sigma * epsilon * sqrt(dt))
    }
  }
  return(gbm)
}
gbm
```

```
> head(gbm)
      [,1]      [,2]      [,3]      [,4]      [,5]
[1,] 13.00000 13.00000 13.00000 13.00000 13.00000
[2,] 12.52339 12.03820 12.31545 12.19480 14.44885
[3,] 12.61787 10.72384 11.82726 11.48285 14.55382
[4,] 12.81164 12.21441 12.77002 11.39076 12.31611
[5,] 13.22479 13.62350 14.23506 13.34710 13.52317
[6,] 14.59552 12.57655 15.55624 16.17561 15.28214
      [,6]      [,7]      [,8]      [,9]     [,10]
[1,] 13.00000 13.00000 13.00000 13.00000 13.00000
[2,] 12.76314 13.01487 14.08231 14.08028 14.68334
[3,] 11.69393 13.14759 12.74414 15.52532 16.32627
[4,] 12.96036 12.09784 12.13045 15.58331 17.80249
[5,] 12.96066 13.08540 11.54670 14.05099 17.08690
[6,] 12.76569 12.53042 11.64031 15.56851 22.05343
> |
```

```

nsim = 10
t = 30
mu = Mu
sigma = des
TC[1,2]
S0 = TC[1,2]
gbm = gbm_loop(nsim, t, mu, sigma, 13.0)
gbm_df = as.data.frame(gbm) %>%
  mutate(ix = 1:nrow(gbm)) %>%
  pivot_longer(-ix, names_to = 'sim', values_to = 'price')
gbm_df %>%
  ggplot(aes(x=ix, y=price, color=sim)) +
  geom_line() +
  theme(legend.position = 'none')
summary(gbm_df)

```



Tipo de Cambio del periodo1 2014-2017

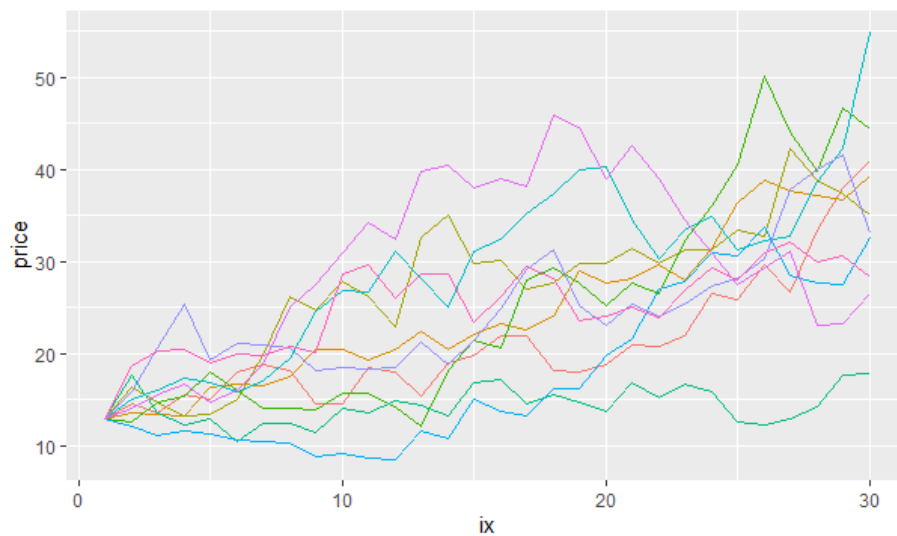
```

#prueba con la segunda serie (periodo 1)#
gbm_loop = function(nsim = TC[1:1005,], t = 25, mu = 0, sigma = des, S0 = Mu, dt = 1./365) {
  gbm = matrix(ncol = nsim, nrow = t)
  for (simu in 1:nsim) {
    gbm[1, simu] <- S0
    for (day in 2:t) {
      epsilon <- rnorm(1)
      dt = 1 / 365
      gbm[day, simu] <- gbm[(day-1), simu] * exp((mu - sigma * sigma / 2) * dt + sigma * epsilon * sqrt(dt))
    }
  }
  return(gbm)
}
head(gbm)

```

```
> head(gbm)
      [,1]      [,2]      [,3]      [,4]      [,5]      [,6]
[1,] 13.00000 13.00000 13.00000 13.00000 13.00000 13.00000
[2,] 12.82126 13.37200 14.27047 14.97900 16.33847 12.59515
[3,] 12.04085 13.31246 16.74791 20.64344 15.99519 14.84627
[4,] 10.34949 12.62671 16.67012 24.29360 15.97601 17.03002
[5,] 12.09194 13.94345 13.61002 21.73714 16.47578 16.53983
[6,] 11.32738 15.94976 15.75744 22.73998 18.48615 19.25573
      [,7]      [,8]      [,9]     [,10]
[1,] 13.00000 13.00000 13.00000 13.00000
[2,] 14.24389 13.86458 15.80245 11.47247
[3,] 16.34886 14.52843 15.62368 13.21764
[4,] 17.19124 14.58858 21.02894 12.50900
[5,] 18.01991 16.04725 22.54572 13.20598
[6,] 16.33560 15.03980 20.27117 13.69157
```

```
nsim = 10
t = 30
mu = Mu
sigma = des
TC[1,2]
s0 = TC[1005,2]
gbm = gbm_loop(nsim, t, mu, sigma, 13.0)
gbm_df = as.data.frame(gbm) %>%
  mutate(ix = 1:nrow(gbm)) %>%
  pivot_longer(-ix, names_to = 'sim', values_to = 'price')
gbm_df %>%
  ggplot(aes(x=ix, y=price, color=sim)) +
  geom_line() +
  theme(legend.position = 'none')
summary(gbm_df)
sd(gbm_df$price)/mean(gbm_df$price)
```



Tipo de Cambio del periodo1 2017-2021

#prueba con la segunda serie (periodo 2)#

```
gbm_loop = function(nsim = TC[1005:2070,], t = 25, mu = 0, sigma = des, S0 = Mu, dt = 1./365) {  
  gbm = matrix(ncol = nsim, nrow = t)  
  for (simu in 1:nsim) {  
    gbm[1, simu] <- S0  
    for (day in 2:t) {  
      epsilon <- rnorm(1)  
      dt = 1 / 365  
      gbm[day, simu] <- gbm[(day-1), simu] * exp((Mu - sigma * sigma / 2) * dt + sigma * epsilon * sqrt(dt))  
    }  
  }  
  return(gbm)  
}
```

head(gbm)

```
> head(gbm)  
      [,1]      [,2]      [,3]      [,4]  
[1,] 13.00000 13.00000 13.00000 13.00000  
[2,] 11.04604 12.66326 10.92541 15.87403  
[3,] 10.57879 15.76483 11.94954 15.84788  
[4,] 11.67744 16.11711 14.02697 19.58459  
[5,] 10.96242 14.59730 15.53851 20.03180  
[6,] 11.04885 15.00321 17.41953 26.87406  
      [,5]      [,6]      [,7]      [,8]  
[1,] 13.00000 13.00000 13.00000 13.00000  
[2,] 11.01465 15.89749 10.79783 15.21329  
[3,] 12.69223 18.21399 12.40067 15.51364  
[4,] 15.88066 19.94204 16.66038 16.68150  
[5,] 16.94701 20.80820 18.61737 18.73542  
[6,] 18.85551 27.03508 20.16222 19.97782  
      [,9]      [,10]  
[1,] 13.00000 13.00000  
[2,] 14.65793 10.281665  
[3,] 17.21263 10.336709  
[4,] 20.85067 10.367202  
[5,] 14.94595  9.026605  
[6,] 17.81887 10.231207
```

```
nsim = 10  
t = 30  
mu = Mu  
sigma = des  
TC[1,2]  
S0 = TC[1005,2]  
gbm = gbm_loop(nsim, t, mu, sigma, 13.0)  
gbm_df = as.data.frame(gbm) %>%  
  mutate(ix = 1:nrow(gbm)) %>%  
  pivot_longer(-ix, names_to = 'sim', values_to = 'price')  
gbm_df %>%  
  ggplot(aes(x=ix, y=price, color=sim)) +  
  geom_line() +  
  theme(legend.position = 'none')  
summary(gbm_df)  
sd(gbm_df$price)/mean(gbm_df$price)
```

