UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA

Casa abierta al tiempo

DOCTORADO EN CIENCIAS ECONOMICAS

LA FORMACIÓN DE PRECIOS EN LA GRAVITACION CLASICA: UN ENFOQUE SMITHIANO

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE DOCTOR EN CIENCIAS ECONOMICAS

P R E S E N T A

JORGE RUIZ MORENO

ASESORA: DRA. EDITH ALICIA KLIMOVSKY BARON

MEXICO D. F. JUNIO DE 2005

INTRODUCCIÓN GENERAL

Esta parte introductoria se ha dividido en cinco secciones. En la primera se explica el marco general de la teoría clásica de los precios de producción, en la segunda, se expone el problema de la estabilidad de los precios de mercado desde el marco de la escuela clásica, en la tercera se describen las aportaciones que se realizan en la presente tesis, en la cuarta se analiza la regla de formación de precios planteada por Cantillon y Smith, finalmente, en la quinta se describe el contenido de este trabajo.[1]

1. Marco general

El tema aquí tratado es la formación de los precios de mercado en el marco de la escuela clásica, tema insertado dentro del núcleo de la teoría económica, que es la teoría de precios. El precio es el concepto central de cualquier teoría del mercado. Los temas principales de la teoría de los precios son dos. El primero consiste en demostrar que las decisiones de agentes independientes pueden ser compatibles. El segundo es explicar cómo se logra esta compatibilidad por medio de un proceso de ajuste.

La ciencia económica considera que los precios son el mecanismo más importante para explicar y analizar la compatibilidad del conjunto de decisiones económicas que se refieren al qué, cómo, cuándo y cuánto producir y consumir individualmente. La teoría de precios se propone demostrar que, en una sociedad descentralizada, compuesta por individuos aislados, los cuales toman decisiones independientes unos de otros, se logra compatibilizar el conjunto de decisiones de manera progresiva. "Equilibrio" es el término técnico que se utiliza para designar una situación de compatibilidad de decisiones económicas. Si una economía está en equilibrio, no surgen fuerzas endógenas que modifiquen su situación.

[1] Cabe aclarar que el problema de la formación de precios de mercado y la estabilidad desde el marco de la teoría de precios neoclásica no se abordará aquí, nos limitamos a mencionar algunos elementos de dicha escuela de manera tangencial.

La teoría clásica de los precios de p
sociedad capitalista. Para esta escuela, la s
sociales; la actividad económica es resultado
problema económico consiste en analizar
condiciones para la reproducción del sist
validadas las decisiones tomadas por los cap

Sraffa [1960] plantea una formalizac
su respectiva teoría de precios. Este autor a
de producción están dadas y el número de
productor tiene medios de producción, re
iniciales de mercancías que, al ser consumi
de producción.

El equilibrio de los mercados en S
medido en términos de una mercancía o un
esos precios, cada productor obtiene la tasa
vector de sus dotaciones iniciales. Los preci
producción. El equilibrio se caracteriza por l

En la concepción clásica, la demos
considerar la moneda), depende de las condi
la matriz de coeficientes técnicos. El mism
unicidad, por lo cual el análisis de estos
conjunta. Esta metodología es diferente a la
neoclásica, donde se demuestra que las con
unicidad del equilibrio.

2. Estabilidad y formación de precios

No basta con demostrar la existencia de prec
cómo se forman estas magnitudes desd
decisiones, es decir, desde el desequilibrio.

mercado los precios de equilibrio como resultado de las actividades privadas de los individuos en condiciones de competencia perfecta.

La cuestión decisiva a responder para justificar el análisis del equilibrio es la estabilidad. En su forma más general, este problema se ha formulado de la siguiente manera por Fisher [1983] "supongamos una economía constituida por agentes que comprenden que están en desequilibrio, que perciben oportunidades de ganancia y que actúan en consecuencia, la pregunta que surge es ¿las acciones de estos agentes conducen a la economía a converger hacia el equilibrio? En caso afirmativo, ¿hacia qué clase de equilibrio? Ésta es la importancia del análisis de la estabilidad".

En el marco clásico, el problema de la estabilidad es conocido como la gravitación de los precios de mercado en torno a los precios de producción o naturales.

En las últimas décadas del siglo XX, se realizaron un conjunto de formalizaciones que analizan el proceso de competencia clásica y marxista. Específicamente, el problema que se ataca es el siguiente: si los precios de mercado difieren de los precios de producción, las tasas de ganancia se apartan de sus niveles naturales. Estas desviaciones provocan cambios en la asignación de recursos que alteran la cantidad de mercancías llevadas al mercado, poniéndose en marcha un proceso de ajuste de los precios de mercado a los precios de producción. Este proceso se formaliza, a grosso modo, como sigue: a partir de la existencia de una diversidad de tasas de ganancia, los productores asignan sus capitales hacia las ramas de tasas mayores. Lo que trae como consecuencia una modificación de los precios en función de ofertas y demandas. Usualmente, se resume lo anterior diciendo que la variación de los precios depende de la oferta y la demanda y, si dichos precios forman tasas de ganancia diferentes a la tasa de ganancia uniforme, se generan cambios en la oferta de cantidades. Éstas son dos características importantes de los diversos planteamientos. Morishima [1976, 1977], designó a estos modelos *cross-dual*. En cada uno de los trabajos realizados, se establecen condiciones para lograr la posición de equilibrio y, por tanto, se muestra cómo se obtiene la uniformidad de la tasa de ganancia en un ambiente de competencia perfecta, para así explicar o discutir la legitimidad de los precios de producción como centros de gravitación de los precios de mercado.

Los estudios son numerosos: Bene
[1987], Egidi [1975], Flaschel-Semmler [19
[1983] y Ortiz C. [1994], entre otros. Las
competencia de la escuela clásica no son hor
uno tiene características específicas sobre
establecer diferentes sistemas dinámicos y
modelos se distinguen entre sí por su conce
una parte, los que conciben la situación na
proceso de ajuste que sólo tiene en cuenta la
mercado; los otros, donde el mercado cump
de nivelar las variables naturales determir
centros de gravitación. El equilibrio econ
existencia de una tasa de ganancia unifor
demandadas.

Las formalizaciones modernas so
indicaciones de ajuste presentes en Cantil
autores, donde la competencia entre product
de capitales de aquellas ramas cuyas tasas d
precios y cantidades reaccionando a las cond

Un problema fundamental en las for
competencia es la formación de los precios d
formación de los precios de mercado es una
modernas del proceso de ajuste clásico".
estudiado satisfactoriamente la proposición d
ajuste a través de las tasas de ganancia donc
mercado. En los distintos modelos dinámic
incorpora la formación de precios de mercado
formación resulta problemática. El problema
analiza en el capítulo uno de esta tesis.

Históricamente, el origen del problem
la estabilidad se encuentra en la obra de Car

formación de precios de mercado a través de la relación del dinero que se destina a la compra de un bien y la cantidad del bien ofrecida. Cantillon afirma que el mercado es el mecanismo cuyo funcionamiento proporciona un proceso de ajuste por medio de la renta de la tierra. Ello conduce a que los precios de mercado convergen a los valores intrínsecos y, así, establece que el mercado es un mecanismo para obtener la compatibilización de las actividades privadas individuales. Después, Smith [1776] propone formar el precio de mercado de un bien por la proporción entre la cantidad presente en el mercado y la demanda de quienes están dispuestos a pagar el precio natural. Afirma que, los precios naturales son los precios alrededor de los cuales gravitan los precios de mercado; la gravitación en Smith es el resultado del ajuste en función de tasas sectoriales de remuneración del capital y del trabajo. Así, Cantillon y Smith proponen respectivas formaciones de precios de mercado y establecen afirmaciones acerca del mecanismo del mercado donde sobresalen las proposiciones de la gravitación o convergencia de los precios de mercado. David Ricardo [1817] acepta el planteamiento smithiano y agrega el capital financiero. Marx [1867] afirma que la existencia de una diversidad de tasas de ganancia y el proceso de competencia conduce a la movilidad de capitales, lo cual lleva a la formación de una tasa uniforme de ganancia. Es importante señalar que, para los economistas clásicos, tanto el mecanismo del mercado, como de los precios, son independientes de las voluntades individuales, en particular de un agente central o del Estado.

La formación de los precios de mercado que plantean tanto Cantillon como Smith, ha sido denominada legítimamente por Benetti [1996] regla Cantillon-Smith. Esta regla se utiliza, entre otros autores, por Shubik [1996] en su respectivo trabajo sobre el funcionamiento de los mercados desde el punto de vista estratégico y no se ha incorporado en los análisis realizados por los autores contemporáneos, quienes formalizan el proceso de competencia clásico.

Las consideraciones anteriores motivan a retomar las indicaciones tanto de Cantillon y Smith, que nos puedan ayudar a hacer inteligible el proceso de competencia capitalista.

3. Síntesis de las principales aportacione

La presente tesis doctoral pretende contribui
competencia clásica donde explícitamente s
precios de mercado en cada etapa del dese
Smith. Esto se realiza a través del desarrollo
uno para Cantillon y otro para Smith. Para
con un ajuste a través de la renta de la tier
realizan a través de las tasas de beneficios.
estructura genérica. Estos modelos sirven pa
de los precios de mercado a los valores in
precios naturales para Smith. En ambos ca
cuales los precios son el mecanismo para
decisiones. No existen todavía pruebas for
Mostramos que la condición de estabilidad,
una débil elasticidad de las cantidades en re
los precios de mercado tienden a los precios
mediante el respectivo teorema. Adicionalm
concepto de valor intrínseco como la teoría
el precio de mercado con el valor intrínsec
sobre la discusión entre economía de merca
ciertas condiciones, el mecanismo de mercad

Para el caso de la escuela clásica en
concepto de equilibrio. La característica im
que se propone, es que cada productor indi
improductivo y producción de manera óptin
por la maximización de una función de uti
maximización de la masa de beneficios. Se
producción y una tasa de ganancia un
maximización de cada productor, no trae com
demandas agregadas. El equilibrio se caracte
precios de producción, una tasa de ganan
demandas agregadas en cada uno de los me

son resultado de la maximización individual respectiva. Se demuestra la existencia del equilibrio económico con los elementos descritos. Estas características contrastan con los trabajos existentes, ya que la uniformidad de la tasa de ganancia está asociada a la compatibilidad del conjunto de decisiones y, usualmente, el consumo improductivo es exógeno y las cantidades a producir no se obtienen como solución de un problema explícito de maximización. El equilibrio corresponde con una situación económica de reproducción simple, misma que corresponde al marco analizado por Sraffa. Este equilibrio se identifica con el estado natural smithiano, donde los precios naturales se relacionan con los precios de producción. Después de demostrar el respectivo teorema de existencia, la estabilidad se analiza con el sistema de ajuste que se realizó para Smith.

En resumen, se realizan dos contribuciones generales principales en esta tesis: 1. la formalización del proceso de competencia clásico a través de un modelo dinámico donde se incorpora la formación de precios de mercado, en cada periodo, con la regla Cantillon-Smith, que aunado a los ajustes por rentas y ganancias resultan dar condiciones de estabilidad al sistema económico, 2. la propuesta de una reformulación del equilibrio clásico, que incorpora un comportamiento óptimo de los productores; en este caso, el equilibrio se identifica con el estado natural smithiano y el sistema dinámico retoma la concepción de ajuste planteado por Smith.

Pero más allá de las contribuciones generales aunadas a las particulares, se pretende dar un paso para analizar el problema del funcionamiento de la economía en desequilibrio desde el enfoque clásico. El problema de la formación de precios de mercado y la estabilidad no está resuelto de manera satisfactoria por la escuela neoclásica. De hecho, este tema ha sido abandonado por esta escuela debido a la dificultad notoria que presenta su análisis en el marco de los modelos Arrow-Debreu.[2] Un punto importante a señalar es que, en este trabajo, se establecen condiciones de estabilidad diferentes a las planteadas por los neoclásicos y representan una alternativa para el análisis del desequilibrio.

[2] Es conocido que la estabilidad en este tipo de modelos se logra a través de hipótesis ad-hoc, como la sustituibilidad bruta.

4. La formación de precios de mercado s

Se utilizará a lo largo de este trabajo la r
planteada por Cantillon y Smith, por ello, pa

Nuestro objetivo en esta sección es a
con la regla Cantillon-Smith y mostrar las si
lugar donde se forman los precios de cada u
evaluación social de las decisiones indivi
decisiones de oferta y demanda de cada in
precios tanto en equilibrio como en desequil
oferta son monetarios, mientras que para el la

Hemos mencionado que según la reg
se forman por la relación entre la cantidad
destina a la compra de un bien y la cantidad p

Supuestos básicos

Para mostrar las afirmaciones presentadas an

1. Se parte de que la sociedad se com
bienes. Cada productor, a través de insumos
de cantidades físicas que ofrecerá al mercad
uno o más bienes. Cómo, dónde y cuánto pro
El mismo productor establece un vector de
bienes. Los bienes demandados pueden se
demanda final.

2. Se supone que, para determinar el
productor anticipa precios positivos para los b
respectivo. Así, al final del proceso product
precios anticipados, determina un ingreso pre
los precios anticipados, también determin

demandado. El productor respeta, evidentemente, su restricción presupuestal según la cual, el valor anticipado del vector de demanda es igual al ingreso anticipado; es decir, los valores anticipados de sus compras y sus ventas coinciden.

3. En este análisis, suponemos la existencia de un banco que presta dinero sin cobrar interés. El dinero emitido tiene que regresar al banco: es un puro medio de cambio y no reserva de valor. No se analiza el problema del pago de deudas.

4. Un productor realiza sus compras por medio de dinero; para tener dinero y llevar a cabo sus compras en el mercado respectivo, antes de llegar a ellos, cada productor acude al banco y le informa sobre el valor de sus demandas (igual a sus gastos) a los precios anticipados. Se supone que el banco otorga crédito monetario, que será utilizado como medio de cambio, por una cantidad igual al ingreso previsto.

5. Bajo el supuesto de mercados organizados, es decir, que para cada bien exista un único mercado, cada productor deposita su vector de oferta física y distribuye el dinero en los respectivos mercados donde ha determinado realizar con anterioridad alguna demanda física.

Cada productor no sabe a cuáles precios sus productos ofrecidos serán vendidos a otros productores. Tampoco sabe si del mercado obtendrá la cantidad demandada. Es decir, no sabe si obtendrá efectivamente el ingreso que anticipó. El mercado sancionará o validará las decisiones que tomó cada productor por medio de los precios que resulten del mercado.

Ejemplo

El ejemplo siguiente corresponde a una eco
resume las ideas mencionadas arriba. Cada
que tomó el productor k, sobre cada uno d
mercado. Se utiliza la siguiente notación:
p_j^{ak}, asignación de dinero M_j^k y crédito oto

	Vector de oferta física	Vector de demanda física	V pr an
productor 1	Q_1^1, Q_2^1, Q_3^1	D_1^1, D_2^1, D_3^1	p
productor 2	Q_1^2, Q_2^2, Q_3^2	D_1^2, D_2^2, D_3^2	p
productor 3	Q_1^3, Q_2^3, Q_3^3	D_1^3, D_2^3, D_3^3	p

Por ejemplo, M_3^2 es la cantidad de
compra del bien tres, D_1^3 es la demanda del
ofrece el productor uno del bien dos y así s
ofrecido o demandado por el productor k, e
$Q_j^k > 0$ ó $D_j^k > 0$, se tiene que $p_j^{ak} > 0$, p
oferta, así como la cantidad de dinero mone
correspondiente, es positivo.

La cantidad de dinero que asigna el
mercado correspondiente es:

$$p_j^{ak} D_j^k = M_j^k$$

La cantidad de dinero o crédito mone
el valor anticipado de su vector de ofertas, o l

[3] El cuadro utiliza notación de vectores, donde el sub
se miden en unidades físicas, las cuales hemos omitido

$$C^k = \sum_j p_j^{ak} Q_j^k \qquad (2)$$

El gasto del productor k, para la compra de sus bienes demandados, es igual al crédito otorgado por el banco:

$$\sum_j M_j^k = C^k \qquad (3)$$

Como el valor anticipado de las compras, del productor k, es igual al valor anticipado de sus ventas, se desprende de (1), (2) y (3) que $\sum_j p_j^{ak} D_j^k = \sum_j p_j^{ak} Q_j^k$.

Bajo la hipótesis de mercados organizados, en cada mercado, se realizan las agregaciones correspondientes en cantidades físicas y monetarias, así, se asegura la existencia de un único precio de mercado para cada bien, como se vera a continuación.

La regla Cantillon-Smith, forma el precio de mercado, para el bien j, por considerar la relación del dinero que el conjunto de la sociedad destina a la compra del bien j, con la oferta total del mismo bien, que llevan a cabo el conjunto de los productores:

$$p_j^m = \frac{\sum_k M_j^k}{\sum_k Q_j^k} \qquad (4)$$

Esta manera de determinar los precios muestra cómo el mecanismo de mercado forma los precios a través de una evaluación social, de decisiones privadas: el precio es un hecho social. Este aspecto muestra la importancia de la regla Cantillon-Smith.

La regla se aplica a situaciones donde tanto el numerador como el denominador son mayores o iguales a cero. En efecto, para el caso donde estas cantidades son positivas, no hay problemas para la formación del precio de mercado.

Para el caso donde $\sum_k M_j^k = 0$ y $\sum_k Q_j^k > 0$, se tiene un precio de mercado nulo. Dicha situación se origina porque uno o más productores ofrecen en el mercado

cantidades del bien j que no demanda nadie
ingreso que obtienen los productores por h
evidentemente, inferior al ingreso esperado p

Otra situación ocurre si $\sum_k M_j^k > 0$
demanda del bien j pero nadie lo ofrece. F
términos económicos, al no existir oferta d
retira de dicho mercado sin el producto ni el
Tampoco se genera ningún ingreso.

Los casos donde para algún j, $\sum_k$
demanda el bien j.

Para el caso donde $\sum_k M_j^k > 0$ y $\sum$
crece. En cambio, si $\sum_k M_j^k$ disminuye con
el precio tiende a cero.

En este trabajo se excluyen los casos

El ingreso Y^k, de un productor k, se
precio de mercado, es decir:

$$Y^k = \sum_j p_j^m Q_j^k$$

Si a (5) le restamos (2), se obtiene el s

$$Y^k - C^k = \sum_j (p_j^m - p_j^{ak}) Q_j^k$$

Se obtiene un saldo monetario positiv

De (6), se desprende que si $p_j^m > p_j^{ak}$, (para el bien ofrecido j) entonces, el productor tiene un saldo monetario no negativo.

La manera de distribuir la cantidad total ofrecida, $Q_j = \sum_{ak} Q_j^k$ del bien j, entre los demandantes, del mismo mercado, se determina de la siguiente manera.

Si un productor k, asignó la cantidad monetaria $M_j^k > 0$, para comprar la cantidad D_j^k, entonces, al precio formado en el mercado, p_j^m, obtiene la cantidad:

$$q_j^k = \frac{p_j^{ak}}{p_j^m} D_j^k \qquad (7)$$

del bien j.[4] Donde q_j^k de (7), indica la cantidad física del bien j, que el productor k, se lleva del mercado. De la proposición anterior, se tienen los siguientes corolarios. Si $p_j^{ak} = p_j^m$, entonces, lo que obtiene el productor k, del mercado j, q_j^k, es igual a su demanda D^k_j. Para el caso $p_j^{ak} < p_j^m$, la cantidad que obtiene k, es inferior a su demanda; al cambiar la desigualdad, se tiene el caso contrario. Además, la suma agregada de lo que se llevan del mercado el conjunto de demandantes, para cualquier bien, es igual a la oferta realizada, por lo cual, al final, los mercados siempre terminan vacíos.[5]

Los argumentos anteriores muestran que los precios de mercado obtenidos con la regla Cantillon-Smith sancionan o validan las decisiones de demanda y oferta tomadas por cada uno de los empresarios.

En resumen: a través de este mecanismo, se realiza simultáneamente la formación de los precios de mercado (a partir de las cantidades de dinero que asigna cada productor a la compra de bienes y con las cantidades presentes en los mercados) y la asignación de las ofertas entre los demandantes. Como resultado del mecanismo del mercado, cada productor puede o no obtener su cantidad demandada, o bien puede o no

[4] Si una unidad del bien j vale p_j^m, entonces, la cantidad q^k_j que se puede obtener con M^k_j es $q^k_j = (M^k_j/p_j^m)$, pero por (1) $M^k_j \;\; p^{ak}_j D^k_j$.

[5] $\Sigma_k q^k_j = \Sigma_k[(p^{ak}/p^m_j)D^k_j] = (1/p^m_j)\, \Sigma_k[(p^{ak}_j D^k_j] = [\Sigma_k Q^k_j/\Sigma_k M^k_j]\, \Sigma_k[M^k_j] = [\Sigma_k Q^k_j] = Q_j$.

obtener su ingreso esperado por su vector d

los mercados se vacían.

El desequilibrio, por el lado de la de

obtener una cantidad superior o inferior a

físico. Mientras que el desequilibrio por el la

la existencia de saldos no nulos.

El equilibrio es la situación donc

individuos son iguales a los precios de mer

exactamente sus cantidades demandadas. El

es igual al crédito otorgado, es decir, hay sal

se igualan.

Ejemplo numérico

Veamos el siguiente ejemplo numérico de

muestra la situación de desequilibrio:[6]

	Vector de oferta.	Vector de deman da.	Vector de precio unitarios anticipados.
Productor 1	10, 0, 0	0, 6, 8	\$140, \$100, \$100
Productor 2	0, 10, 0	4, 0, 3	\$200, \$110 ,\$100
Productor 3	0, 0, 10	5, 4, 0	\$120, \$100 ,\$100
Totales	10,10,10	9,10,11	

De aquí, resultan los siguientes precio

$$p_1^m = \frac{\$1400}{10} = \$140\,, \qquad p_2^m = \frac{\$}{}$$

Los ingresos efectivos que obtiene ca

[6] Los vectores de oferta y demanda se expresan en u
Por ejemplo, el vector (0, 10, 0) se lee: cero unidad
unidades del bien tres.

$Y^1 = 10 \cdot p_1^m = \$1400$, $Y^2 = 10 \cdot p_2^m = \$1000$, $Y^3 = 10 \cdot p_3^m = \$1100$

Los saldos monetarios son:

$Y^1 - C^1 = \$1400 - \$1400 = \$0$

$Y^2 - C^2 = \$1000 - \$1100 = -\$100$

$Y^3 - C^3 = \$1100 - \$1000 = \$100$

En este ejemplo, cada productor ofrece diez unidades de un sólo bien y demanda cantidades de los dos bienes restantes. Todos los productores obtienen del mercado una cantidad inferior de uno de sus bienes.

El primer productor, como resultado de sus decisiones y las decisiones de los otros agentes, tiene un saldo monetario nulo. Su oferta de diez unidades del bien uno, supera en una unidad a la demanda agregada de los otros agentes. Ninguno de los productores obtiene la demanda deseada de dicho bien: el productor dos se lleva 1.7 unidades más del bien uno y el productor tres no obtiene 0.7 unidades del mismo bien. El productor dos obtiene este resultado porque el precio de mercado que anticipó de $200 superó al precio de mercado de $140; lo contrario pasa con el productor tres. Así, el productor uno, sale del mercado con un saldo monetario nulo. Además, obtiene seis unidades del bien dos (exactamente igual a su demanda) y menos 0.7 unidades del bien tres. Este ejemplo muestra que, la oferta del productor uno, puede superar a la demanda (en este caso, el mercado uno) y el valor de sus compras ser igual al valor de sus ventas. Aquí, el productor uno tiene equilibrio monetario y desequilibrio real.

El segundo productor, contrae una deuda de 100 unidades monetarias, como resultado de sus propias decisiones y las de los otros productores. La oferta de diez unidades que realiza el productor dos, en el mercado dos, es igual a la demanda agregada de los otros productores. La deuda es porque el precio formado en dicho mercado $p_2^m = \$100$, es inferior al precio que anticipó $p_2^{a2} = \$110$. Los productores 2 y 3, se llevan exactamente lo que demandaron del bien dos. Esto es así porque los precios anticipados de ambos productores coinciden con el precio de mercado, es decir, $p_2^m = \$100 = p_2^{a1} = p_2^{a3}$. En este ejemplo, el productor dos, termina el proceso de mercado con un saldo monetario negativo, 1.7 unidades adicionales del bien uno y menos 0.3

unidades del bien tres, respecto de su vecto
de mercado. Así, el productor dos, sale del
real. Este mismo ejemplo muestra que, la of
la demanda en dicho mercado y tener un des

Aplicando los mismos argumentos
mostrar el saldo monetario positivo del terc
real. Al final, se vacían todos los mercados.

Este ejemplo muestra que, la iguald
implica saldos monetarios nulos. Por otro
igualdad de oferta y demanda.

Una observación final. Los merca
realizadas por cada productor k, sobre pr
demandadas, bajo el supuesto de que dicha
proceso mercado y una vez tomadas no hay
se pueden cambiar los precios anticipados de
monetaria a la compra de un bien, dicha can
puede retirar; la cantidad ofrecida se deposi
vez formado socialmente el precio de merca
la distribución de toda la cantidad ofrecida,
precio de mercado resultó inferior al precio
resultado es llevarse del mercado respectiv
Pero, si el precio de mercado supera al p
desembolso, el resultado es llevarse una cant

5. Contenido de los capítulos

A continuación, describiremos el contenido
capítulos y un apéndice.

En el primer capítulo, se hace una revisión crítica de la literatura, con el objetivo de mostrar que las formalizaciones modernas representativas sobre el proceso de competencia clásico, no incorporan una formación de precios de mercado.

En el segundo capítulo, se propone un sistema dinámico de ajuste basado en la renta, que se utiliza para estudiar la convergencia de los precios de mercado a los valores intrínsecos, proposición realizada por Cantillon y que anticipa la proposición de gravitación realizada por los clásicos subsecuentes. Se estudia el concepto del valor intrínseco y la teoría del valor-tierra.

El tercer capítulo, tiene por objetivo desarrollar un sistema de ajuste de cantidades en función de las tasas de ganancia. Con este sistema, estudiamos la proposición clásica de gravitación smithiana y se muestran las condiciones de convergencia de los precios de mercado a los precios de producción.

En el capítulo cuarto, el objetivo es redefinir el concepto de equilibrio clásico, donde se incorpora un comportamiento de maximización para los productores. Se muestra que, en aquellas ramas de la economía donde se tengan máximas tasas de beneficios, cada productor debe invertir completamente su capital para así obtener la máxima masa de ganancia. Después de la demostración de existencia del equilibrio, se pasa al estudio de las condiciones de estabilidad, para lo cual retomamos el estudio sobre la estabilidad llevado a cabo en el capítulo tres. Este equilibrio se identifica con el estado natural smithiano, donde los precios naturales corresponden con los precios de producción, con uniformidad en las tasas de ganancia y compatibilidad en el conjunto de decisiones.

Los aportes específicos de cada capítulo se encuentran en las conclusiones del capítulo respectivo.

En el apéndice, se enuncia el lema de Neyman y Pearson, que se aplica para resolver el problema de la optimización de la masa de ganancia, a través de la maximización de las tasas de ganancia, lo cual realiza cada productor.

En el desarrollo de los capítulos men
matemáticas como álgebra lineal, an
programación lineal y sistemas dinámicos. L
estudio que se realiza en la presente tesis.

Esta tesis contribuye a mostrar qu
corrientes marginales y que sus trabajos no
pensamiento económico, más al contrario, es
teórico contemporáneo. El estudio formal
escuela clarifica bajo qué condiciones son
dicho análisis y así obtener resultados diferen
contemporánea. Para el problema que se
mercado y la estabilidad, el desarrollo ana
realizadas por los economistas antiguos con
desequilibrio que puede servir al conjunto
mejor bajo qué condiciones los precios son c
la compatibilidad del conjunto de decisiones

CAPÍTULO I

LA GRAVITACIÓN CLÁSICA: EL ESTADO DE LA DISCUSIÓN

Introducción

El equilibrio económico clásico se define por la uniformidad de la tasa de ganancia. El propósito de la teoría del desequilibrio de esta escuela es explicar cómo se puede obtener el equilibrio a partir de la existencia de distintas tasas de ganancia. El tema es conocido como la *gravitación de los precios de mercado*, cuya formalización se realiza a través del estudio dinámico del sistema económico en su conjunto. Este estudio sigue las indicaciones presentes en los economistas clásicos, con la característica principal de la libre movilidad de capitales.

En el presente capítulo, se examinan algunos modelos representativos que formalizan el proceso de competencia clásico que se realizaron a finales del siglo XX. A partir de este análisis, se plantea como objetivo poner en evidencia que la formación de precios de mercado es el problema central en dichos modelos: en las distintas formalizaciones del proceso de competencia clásico, o bien el mercado está ausente en la determinación de los precios corrientes o la manera de considerarlo es problemática. Mostramos que las distintas maneras de formalizar la dinámica clásica no incorporan la regla de formación de precios de mercado planteada por Cantillon y Smith.

Algunos comentarios generales sobre las diversas formalizaciones. Los modelos son diferentes por sus características especificas, entre las cuales se encuentran las siguientes: la manera de plantear el funcionamiento de la economía en desequilibrio; las variables importantes de dicho funcionamiento; cómo se establecen tanto el vector de cantidades y de precios de un periodo a otro; la determinación del consumo improductivo y las tasas de ganancia en cada rama; movimientos del capital real y monetario; quién o quienes determinan las variables anteriores y toma o toman las principales decisiones económicas. Las características de estos supuestos hacen que las

conclusiones sean o no aceptadas satisfa
planteado.

La característica distintiva esencial d
convergencia de los precios corrientes haci
de competencia: unos concluyen que la es
sobre las técnicas de producción, mientras q
en la reacción o adaptación de los produ
ganancia.

Un breve desarrollo histórico de dis
70's del siglo pasado, surgieron entre otros t
1981], que ofrecen respectivos análisis de la
donde los precios de producción están as
dinámica analizada por Benetti [1979], se
Smith y se muestra que la convergencia d
equilibrio depende conjuntamente de la rela
ganancia-cantidades. En el capítulo tres,
modelo de Benetti.

Por otro lado, Nikaido [1977, 1983,
del proceso de competencia de Marx y
especiales se logra formar una tasa de ganan
de mercado a los precios de producción de
"Marx on competition" de Nikaido [1983]
discusión.

En Kubin [1991], a partir de un ma
cambia la manera de formar los precios
depende de la adaptación de los productores

Duménil y Lévy [1983], presentan
competencia capitalista donde la convergenc
mide la reacción de los precios ante la evol

sensibilidad del movimiento de capital a los diferenciales de las tasas de ganancia. La propuesta de estos dos autores fue desarrollándose a lo largo del tiempo, pero las condiciones para la convergencia se conservan; estos autores mantienen una posición crítica respecto al trabajo de Nikaido. En Duménil-Lévy [1987], se menciona que en el artículo de Nikaido es imposible realizar un ajuste cross-dual ya que existen "dos determinaciones diferentes de dos inversiones en dos sectores que no son compatibles por el ajuste de un sólo precio relativo".

Flaschel y Semmler [1987, pág. 13-37] afirman que, en el trabajo de Nikaido, no se tiene un ajuste a través de las tasas de ganancia y no corresponde a una formalización del proceso de competencia clásica, por lo cual no se puede refutar a Marx.

El trabajo de Boggio [1992], presenta un modelo que pretende ser una síntesis sobre la dinámica cross-dual y trata de mostrar que otros modelos son sólo un caso particular. Se plantean condiciones de estabilidad similares a las de Nikaido, las cuales hemos mencionado.

Debido al objetivo que se pretende en este capítulo, planteado arriba, de la diversidad de formalizaciones sobre el tópico, centraremos nuestro análisis puntual en cinco autores: Nikaido, Kubin, Duménil-Lévy y Boggio. Esta elección se basa en las siguientes consideraciones:

(1) En estas formalizaciones, el problema de la formación de precios de mercado es un punto relevante, adicionalmente, los diversos trabajos han tenido una influencia o un desarrollo importante en la discusión sobre el proceso competitivo clásico.

(2) Los trabajos de Nikaido sobre la competencia en Marx son un punto de referencia y de discusión.

(3) Kubin responde a Nikaido y propone un análisis alternativo donde muestra que la estabilidad no depende de condiciones técnicas, sino de condiciones de adaptación.

(4) Duménil-Lévy llevan a cabo
ampliándose en una gran cantidad de aspect

(5) Mientras que el trabajo de Boggi

Presentaremos sucintamente cada un
y señalaremos el problema de la formaci
establecer los elementos comunes en las f
pasar al examen de cada planteamiento.[7]

1. Elementos comunes en los modelos
Boggio

Cada modelo presenta elementos particular
algunos que son comunes. Para no repetir lo
estos.

(1) Se consideran dos ramas que
especifica el número de empresas en la econ
contrae la producción y no se explica si el nú

(2) La técnica para producir está d
ajuste y se representa con la matriz *A* de
rendimientos constantes a escala. A excepci
de capital, el capital es circulante.

(3) El consumo improductivo es exóg

[7] Cabe aclarar que se ha respetado la notación que ut
cambio correspondiente.
[8] Aunque en los desarrollos de Boggio y Duménil-Lév
conclusiones se realizan sólo para el caso de dos biene

(4) En Boggio y Duménil-Lévy, los precios de mercado son funciones de la oferta y demanda, mientras que las cantidades se determinan en función de las tasas de ganancia. Es decir, estos modelos son de los que se denominan cross-dual.

(5) En los diversos trabajos, el equilibrio económico se caracteriza porque prevalecen precios de producción e igualdad de cantidades ofrecidas y demandadas en todas las ramas de la economía.

2. Nikaido (1983, 1985)

Este autor realiza varios trabajos donde interpreta la dinámica del proceso competitivo marxista a través de formalizar los movimientos del capital de aquellas ramas de la producción cuyas tasas de ganancia sean bajas hacia las altas. Enseguida, presentaremos una síntesis de las ideas principales del modelo publicado por Nikaido en 1983, el cual es un punto de referencia en la discusión sobre la convergencia de los precios de mercado a los precios de producción. Centraremos la atención en las insatisfacciones de la formación de los precios de mercado. Se mostrará, que la manera de determinar los precios corrientes sólo considera la relación entre el capital monetario asignado a la rama j y la cantidad de dicho bien a ser utilizada como medio de producción. Se deja fuera de esta determinación la cantidad de dinero que los productores destinan al consumo improductivo, así como la cantidad de dicho bien destinado al consumo final, entre otros aspectos.

El modelo

A continuación, describiremos los elementos particulares e hipótesis importantes que sirven para explicar el modelo.

En la economía analizada por Nikaido, el bien 1 representa el bien de capital y el bien 2 el de consumo. Cada rama produce un sólo bien con capital y trabajo.[9] La técnica

[9] El bien j se produce con a_{1j} y l_j unidades de capital y trabajo, respectivamente.

de producción está dada por $A = (a_{ij})$, una m
con entradas a_{1j}, a_{2j} que indican las cantidad
respectivamente, para producir una unida
demanda final $C' = (c_1, c_2)$ es exógeno y
periodo, el consumo agregado para el bien
cual significa que el consumo improductivo
consumo es positivo.

Nikaido define el concepto de "dem
$\phi_j(r_1 - r_2)$ $j = 1,2,$[11] establecidas exógenamen
análisis del movimiento del capital real e
diferencia entre las tasas de ganancia y así
como medios de producción; por ejemplo,
por medio de las funciones ϕ_j se intentan d
improductivo por una cantidad $a_{11}\phi_1(r_1 - r_2) +$

Por otro lado, la situación que gener
niveles corrientes de producción x_1 y x_2. Si la
1, 2 son utilizadas completamente para ser
consumo final, entonces las ofertas netas
donde $x_i - (a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2)$ es igual a $a_{11}\dot{x}_1 + a$
recalca que esto supone que el stock de capi
variación real de la producción en el sector
con el stock de capital. Nikaido afirma que,
como medio de producción $a_{i1}\phi_1(r_1 - r_2) + a_i$
con la disposición efectiva $x_i - (a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2)$

[10] Si a_{20} es la cantidad del bien de consumo para pro
$a_{20}l_j = a_{2j}$ es la cantidad del bien de consumo para
Frobenius, existen precios relativos p_j^* o precios de pr
$r > 0$ tal que $p_j^* = (1+r)(a_{1j}p_1^* + a_{2j}p_2^*)$. Se denota π^*
[11] ϕ_1 es estrictamente creciente, ϕ_2 estrictamente decre
funciones está definida en los reales. Según Nikaido,
las ramas de tasas de ganancia máximas.
[12] La demanda agregada para consumo productivo e in
$r_2) + c_i$, donde $c_1 = 0$ y $c_2 > 0$. El vector consuno se den

realiza el análisis de varias relaciones plausibles de ϕ_j y $\dot{x}_j$, para obtener conclusiones generales.[13]

Para el caso particular, donde el stock de capital, es igual a la demanda intentada, el movimiento dinámico del capital real hacia las ramas de mayor tasa de ganancia, se determina con el sistema dinámico, cuya forma matricial es:

$$X - AX = A\dot{X} + \begin{pmatrix} 0 \\ c_2 \end{pmatrix} \tag{I.1}$$

Esto quiere decir que, en desequilibrio la producción bruta se utiliza para tres fines: la primera parte repone los medios de producción, la segunda se destina al consumo improductivo y la parte restante se reinvierte.

El equilibrio del sistema dinámico (I.1) es el vector de cantidades X^{*}, tal que

$$X^{*} = AX^{*} + \begin{pmatrix} 0 \\ c_2 \end{pmatrix} \tag{I.2}$$

La existencia del vector de equilibrio $X^{*} = (I - A)^{-1}C$, con entradas x_1^{*} y x_2^{*} positivas, se garantiza porque la matriz inversa de Leontief es positiva y $c_2 > 0$. En equilibrio, la producción X^{*} bruta sólo repone los medios de producción AX^{*} y cubre el consumo improductivo. No existe excedente físico ni se realizan movimientos de capitales. Nikaido prueba que, este equilibrio corresponde a un nodo inestable si $detA > 0$.[14] El sistema puede converger si $detA < 0$. Por estos argumentos, se concluye que al realizar el movimiento del capital real hacia la rama de máxima tasa de ganancia sólo se puede

---

[13] Aunque se examinan diferentes relaciones para los vectores ϕ y $\dot{X}$, cuyas entradas se denotan con el subíndice correspondiente, Nikaido argumenta que basta mostrar las condiciones de convergencia para $\phi = \dot{X}$, donde surgen las conclusiones que serán generalizadas y así comprender el proceso de competencia de Marx.

[14] Se denota por σ_i el valor-trabajo de una unidad del bien i definido por $\sigma_i = a_{1i}\sigma_1 + l_i$. Nikaido define la composición orgánica de capital del sector j como $\theta_j = a_{1j}\sigma_1/a_{2j}\sigma_2$; se tienen las siguientes situaciones: 1. $\theta_1 > \theta_2$ si $detA>0$ y 2. $\theta_1 < \theta_2$ si $detA<0$.

lograr el equilibrio si la composición orgán
del sector dos.

El movimiento del capital en su conj
real y monetario. Para realizar el análisis de
que pretende formalizar la estructura b
economistas clásicos, que Nikaido describe
tiene una situación de desequilibrio, si la
demandas capitalistas de insumos y consu
precios de mercado y en las tasas de ganan
ganancia guía el comportamiento de la inv
entre los sectores. La capacidad de pro
cantidades producidas para el siguiente
disminuciones de la oferta y la demand
consecuencia una ampliación o reducción de
mercado.

En este análisis, se supone una ca
utilizada sólo como medio de cambio, que s
de las tasas de ganancia. El capital monetario
igual al valor del capital utilizado en dicha r
esta igualdad, se llega a $\dot{M}_1 + \dot{M}_2 = 0$, es dec
rama es a expensas de la otra. La variac
formaliza por medio la función $\psi_j(p_1, p_2) =$
r_2 se realiza un incremento en la inversión m

El sistema dinámico considera que
sector j es:

$$q_j = a_{1j}p_1 + a_{2j}p_2, \quad j = 1, 2$$

---

[15] Nikaido muestra que existe una relación estrecha en
$r_2 > 0$, (2) $p_1/p_2 < \pi^{*}$ si $r_1 - r_2 < 0$ y (3) $p_1/p_2 = \pi^{*}$ si r_1
$> \pi^{*}$, (2) $\psi_1 < 0 < \psi_2$ si $p_1/p_2 < \pi^{*}$ y (3) $\psi_1 = 0 = \psi_2$ si
r_2 es positivo, negativo o nulo, respectivamente. π^{*} se

En esta igualdad los coeficientes a_{1j}, a_{2j} son las cantidades necesarias del bien de capital y consumo, para producir una unidad de j.

Nikaido afirma que, si M_j y x_j son los niveles existentes de capital monetario y real, del sector j, los "precios" q_j se establecen por la solución del sistema:

$$q_j x_j = M_j \tag{I.4}$$

La solución del sistema (I.4), para j = 1, 2, determina los precios de desequilibrio. A partir de los precios se obtienen las tasas de ganancia en cada rama,[16] se establecen las inversiones deseadas y monetarias, tanto en el lado real como monetario respectivamente por medio de las funciones $\phi_j(p_1, p_2)$ y $\psi_j(p_1, p_2) = \dot{M}_j$ respectivamente.[17] La variación del capital monetario asignado a la rama j genera una variación en el sector real y en los precios:

$$\dot{q}_j x_j + q_j \dot{x}_j = \psi_j = \dot{M}_j \qquad j = 1, 2 \tag{I.5}$$

$$\dot{q}_j = a_{1j}\dot{p}_1 + a_{2j}\dot{p}_2 \qquad j = 1, 2 \tag{I.6}$$

El sistema dinámico que formaliza el movimiento del capital real y monetario contiene las variables M_j, x_j, q_j (j = 1, 2) y p_i (i = 1, 2). Del análisis del movimiento dinámico de estas variables, se desprenden conclusiones sobre la evolución de los precios y tasas de ganancia. Las cantidades (x_1, x_2) corresponden al stock de capital después de descontar la producción bruta la cantidad c_i, establecida exógenamente para consumo improductivo capitalista.

El conjunto de ecuaciones determinan la evolución de variables como cantidades $\dot{x}_j$, "precios" $\dot{q}_j$, $\dot{p}_i$ y $\dot{M}_j$.

[16] $r_j = p_j/(a_{1j}p_1 + a_{2j}p_2) - 1$.

[17] En el caso del proceso del movimiento del capital, se supone que ϕ_j depende de los precios (p_1, p_2); se tienen tres casos: (1) $\phi_1 \geq 0 \geq \phi_2$ si $p_1/p_2 > \pi^*$, (2) $\phi_1 \leq 0 \leq \phi_2$ si $p_1/p_2 < \pi^*$, (3) $\phi_1 = \phi_2 = 0$ si $p_1/p_2 = \pi^*$.

En resumen, si son conocidos tanto
capital monetario M_j asignado a la compra
forman los precios de mercado p_i (ecuació
genera una inversión intentada y variacione
cual conduce a variaciones de los precios $\dot{q}_j$

Nikaido estudia el comportamiento c
para ciertos casos de ϕ_j y presenta el siguient
la realización del movimiento de capital
intentada nula $\phi_j(p_1, p_2) = 0$ y stock de capit
que ϕ_j es igual a $\dot{x}_j = 0$. Si la situación inici
inicial supera la cantidad de equilibrio, enton
llega a:

$$a_{1j}\dot{p}_1 + a_{2j}\dot{p}_2 = \psi_j(p_1, p_2)/x_j^o \qquad j$$

Este sistema se resuelve para $\dot{p}_1$, $\dot{p}_2$:

$$\dot{p}_j = \Psi_j(p_1, p_2)/\Delta$$

donde:

$\Psi_1(p_1, p_2) = a_{22}\psi_1(p_1, p_2)/x_1^o - a_{21}\psi_2(p$

$\Psi_2(p_1, p_2) = -a_{12}\psi_1(p_1, p_2)/x_1^o + a_{11}\psi_2$

Δ = determinante de A.

En este proceso, sólo si el determi
convergen hacia π^* y consecuentemente, s
ganancia hacia la tasa de ganancia uniforme
producción X^*, que satisface la ecuación (1.
precios de producción con uniformidad en las

Aunque este caso es demasiado especial, el resultado Nikaido lo generaliza a otras situaciones y concluye que la igualdad de las tasas de ganancia no es un fenómeno universal, sino que depende del signo del determinante de la matriz A. Sólo para el caso que la composición orgánica del sector de bienes de consumo sea superior al de bienes de capital.

2.1 El problema de la formación de los precios de mercado en Nikaido

Enseguida mostraremos que los precios de mercado presentes en Nikaido, son precios no capitalistas, ya que no incluyen la tasa de ganancia. Para esto, retomaremos la argumentación de la formación de precios presente en Nikaido.

En primer lugar, cabe señalar que Nikaido no indica los argumentos presentes en Marx para determinar los precios corrientes o de mercado con la formalización que se presenta en sus ecuaciones.

En segundo lugar, el stock de capital que se destina al proceso de producción se obtiene al quitar a la producción bruta la cantidad destinada al consumo improductivo (pág 235). El precio de mercado de la rama j, se forma sólo por este stock y el capital monetario asignado a dicha rama. Esto hace que sólo se determinen los precios corrientes para ambos bienes utilizados como medios de producción. Al descontarse el vector de consumo y no ser considerados en la formación de los precios, se supone que se retira este vector y se distribuye entre los productores para su consumo improductivo. Esto trae como consecuencia que no existe mercado para la parte de los bienes destinados al consumo improductivo.

En tercer lugar, ¿qué precios $p_i's$ resultan como solución del sistema (I.4)? Del lado izquierdo de la igualdad, se tiene el valor del capital necesario para producir una unidad del bien j, y del lado derecho el capital monetario asignado a esta misma rama. Los precios que resultan de este sistema son tales que se iguala el valor de los medios de producción con el capital asignado a cada rama.

Se probará que los precios obtenidos

tasas de ganancia. Para probar esta afirmaci

utiliza como medios de producción, por lo q

En este caso, si x_j y M_j representan la prod

rama j entonces el precio de mercado unitari

$$p_j = \frac{M_j}{x_j}$$

Por otro lado, por (I.3) y (I.4):

$$a_{1j}p_1 + a_{2j}p_2 = \frac{M_j}{x_j}$$

De (I.11) y (I.12), se llega a:

$$a_{1j}p_1 + a_{2j}p_2 = p_j$$

Esto significa que el valor de los medios de

del bien correspondiente. Estos precios no in

implica que:

$$(a_{1j}p_1 + a_{2j}p_2)(1 + r_j) = p_j$$

La falta de inclusión de la tasa de ga

estos precios no correspondan a una economí

En el planteamiento de Nikaido, para

es necesario conocer los precios (pág 234).

[18] La misma argumentación es valida en el caso de que

productivo.

En cuarto lugar, Nikaido (pág. 238) afirma que q_j es un "precio" (I.4). El concepto de precio en la corriente marxista incluye la tasa de ganancia, pero al no incluirlos en los precios de mercado $p_i's$, hace de q_j, un precio no capitalista. En caso que q_j sea un precio, se tiene:

$$(1+r_j)q_jx_j = M_j \tag{I.15}$$

que significa que el precio q_j del capital para producir una unidad del bien j más la tasa de ganancia es igual al capital disponible para realizar una unidad del bien j, M_j/x_j.

De los argumentos anteriores podemos concluir que los precios que resultan de (I.4) no son precios de mercado, sino precios que igualan el costo de los medios de producción con el capital disponible.

En quinto lugar, preguntémonos ¿en que condiciones funciona el sistema de Nikaido? Los precios que resultan del sistema (I.3) y (I.4) hacen que los costos coincidan con el valor del capital monetario asignado a la rama correspondiente. El procedimiento de Nikaido tiene sentido económico si se establece un mecanismo para determinar los costos sin conocer los precios. Veamos más de cerca este aspecto. Nikaido afirma que la ecuación (I.3) representa el "precio del capital de una unidad del sector j", que no es otra cosa que el costo unitario, pero, ¿cómo se puede conocer este costo si se desconocen los $p_i's$? Lo que si es conocido es el capital monetario asignado a la rama j y la cantidad x_j, con lo cual se determina el precio monetario (no el costo) de una unidad de j. Al construir la ecuación (I.4), se afirma que el costo del capital coincide con el valor monetario asignado a la rama en cuestión, pero, ¿por qué debe coincidir un costo que no está determinado, ya que no son conocidos los precios, con el valor monetario correspondiente? Como mencionamos antes, la manera de solucionar este problema es con el conocimiento de q_j sin conocer los precios. Así, el sistema tiene sentido económico. Pero aún con la hipótesis del conocimiento de los costos y que estos sean iguales al capital monetario asignado a la rama j, se da sentido económico a las ecuaciones (I.3), (I.4) y (I.5), pero persiste el problema de que estos precios no incluyen tasas de ganancia.

Nikaido concluye "los precios de pr
cuales tienden los precios de mercado" (19
sostenida, pues la formalización que se prese
discutido varios aspectos de su trabajo,
determinación de los precios en desequilibri
incluyen la tasa de ganancia.

3. Ingrid Kubin (1989, 1990, 1991)

En el modelo de Kubin, se presenta explíc
mercado de rasgos smithianos. El precio de r
poder de compra establecido sólo por un s
poder de compra se relaciona con la cantidad
de los mismos trabajadores. Es decir, en la f
la demanda efectiva o poder de compra de
consumo productivo. Esto, aunado a la man
cada periodo, son elementos problemáticos
formaliza la convergencia hacia los precios r
de producción. Esto se mostrara a través de e

Se discutirá el segundo modelo que
prices (1991, pág. 212-256). En este model
los precios de mercado a los precios naturale
del capital entre las ramas, de acuerdo a
beneficio (1991, pág 258). Se formaliza lo a
de adaptación de tasas de crecimiento que
existe un rango para este coeficiente donde s
233).

La economía considera dos tipos de
uno de los dos bienes se puede utilizar para c
matriz $A = (a_{ij})$ de $2x2$ es irreducible, pr

columna A^j de A describe las cantidades necesarias como medios de producción para obtener una unidad del bien j. L es el vector renglón de trabajo cuya entrada j-ésima, $j=1,2$, indica la cantidad de trabajo que se necesita para producir una unidad del bien j. El numerario es la tasa salarial $\omega = 1$. Los números c y $1-c$, son las fracciones que determinan que parte del ingreso salarial que se destinan a la compra del bien 1 y 2, respectivamente, donde $0 \leq c \leq 1$. La tasa de crecimiento g_i en t, se modifica en relación con las expectativas de crecimiento de largo plazo g^e. Se estipula que existe un coeficiente de adaptación a, funciones b_i y f cuyas derivadas parciales son continuas.[19] La primera función mide la influencia de los tamaños relativos de los sectores y la segunda es función de las tasas de ganancia.

La evolución de la economía depende, en lo fundamental, de tres variables bidimensionales: precios P_t, tasas de ganancia $r_j(t)$ y tasas de crecimiento $g_j(t)$. En adelante, la entrada del sector correspondiente se indicará por la letra j.

Funcionamiento del modelo

Supongamos que en el periodo $t-1$ se conocen las tasas de crecimiento $g_1(t-1)$ y $g_2(t-1)$ y el vector de cantidades $X(t-1)$, con entradas $X_1(t-1)$, $X_2(t-1)$. Kubin establece que el vector de producción bruta en t, $X(t)$ es la producción del periodo $t-1$ más la tasa de crecimiento $g_j(t-1)$ del periodo $t-1$ (1991, pág. 118), por lo que el vector $X(t)$ tiene componentes $X_j(t) = (1 + g_j(t-1))X_j(t-1)$. El vector $S(t)$, destinado al consumo de los trabajadores, se obtiene descontando a la producción bruta $X(t-1)$ los medios de producción necesarios para el siguiente periodo, es decir, $S(t) = X(t-1) - AX(t)$. En otras palabras, la cantidad $S_j(t)$ del bien j que se ofrece al mercado para el consumo final de los trabajadores se determina después de garantizar los insumos requeridos para producir $X_1(t)$ y $X_2(t)$. El ingreso de los trabajadores por producir $X(t-1)$ es $R(t-1) = wLX(t-1)$ (recordemos que $w=1$), el cual se divide en dos partes $cR(t-1)$ y $(1-c)R(t-1)$, que denotamos por $R_1(t-1)$ y $R_2(t)$, para demandar el bien uno y dos, respectivamente. La demanda efectiva o poder de compra para cada bien, presente en el mercado con anterioridad a las transacciones, se determina socialmente por los trabajadores por medio de R_1 y R_2; este es un elemento importante en Smith para formar el precio. El

[19] f: $\square_+^2 \rightarrow \square$, b_i: $\square_+ \rightarrow \square$, donde $f(r_1 = r_2) = 0$, $[\partial f(\cdot)/\partial r_1(t)]>0$, $[\partial f(\cdot)/\partial r_2(t)]<0$; $b_i(\cdot)>0$, $[\partial b_1(\cdot)/\partial x(t)]>0$, $[\partial b_2(\cdot)/\partial x(t)]<0$.

precio de mercado para el bien j en t se form
los trabajadores destinan a la compra del bie
el mercado del bien en cuestión, que, en
destinado al consumo por los trabajadores, e

$$P_j(t) = \frac{R_j(t)}{S_j(t)}$$

El precio de mercado resultante si
bienes que se destinan al consumo final por
que los mercados permanecerán vacíos desp

Conocidos los precios, se determina l

$$r_j(t) = \frac{P_j(t) - l_j}{a_{1j} P_1(t) + a_{2j} P_2(t)} - 1$$

$x(t)$ indica la relación de la producció

$$x(t) = X_1(t) / X_2(t)$$

Kubin propone una determinación de

$$g_1(t) = g^e + ab_1(x(t))f(r_1(t), r_2(t))$$
$$g_2(t) = g^e - ab_2(x(t))f(r_1(t), r_2(t))$$

Para el cálculo de $g_j(t)$ es necesario q
los precios de mercado (conocidos los precio
argumentos anteriores muestran cómo se
conocidos $X_j(t-1)$ y $g_j(t-1)$; con los mismo
generan $X_j(t+1)$ y $g_j(t+1)$; así sucesivame
determinan la evolución de la economía.

El equilibrio es un punto fijo del sistema que cumple las siguientes características. Los precios naturales PN_j son los precios de producción con tasa de ganancia uniforme r; las tasas de crecimiento coinciden con la tasa de ganancia uniforme y es igual a g^e. En resumen: $P_j(t) = PN_j$, $r_1(t) = r_2(t) = r$, $g_1(t) = g_2(t) = g^e$, $g^e = r$ y $x(t) = xn$. Se puntualiza que "la posición natural define un equilibrio entre ahorro (todo el ingreso de los beneficios) e inversión (en un modelo sin capital fijo, la expansión del capital circulante es medida por g^e)" (1991, pág 217). En equilibrio, los precios corresponden a los precios de producción, con uniformidad en la tasa de ganancia, donde los niveles de producción cubren el reemplazo de los insumos con su ampliación a una tasa $g^e = r$.

Kubin muestra que, la manera de realizar la formación de precios de mercado, hace que la estabilidad dependa del coeficiente de adaptación a y no de condiciones técnicas como en Nikaido.

3.1 El problema de la formación de los precios de mercado en Kubin

La incorporación de una interpretación del principio de la demanda efectiva smithiana que plantea Benetti [1979], hace que la formalización de Kubin sea diferente respecto a otros modelos, como lo menciona la misma autora (1989, pág. 225). El principal problema es la interpretación que se realiza de dicha demanda efectiva y, por consiguiente, de la formación de los precios de mercado.

El numerador de la ecuación (I.16) no considera el poder de compra o demanda efectiva de los productores; sólo se toma en cuenta el poder de compra R_j formado por el salario de los trabajadores. Mientras que, la cantidad del denominador resulta de descontar los medios de producción, obteniéndose así la parte llevada al mercado. Es decir, Kubin supone que no existen mercados para los bienes utilizados como medios de producción. Al descontar los medios de producción con anterioridad al proceso de mercado, Kubin tiene que explicar cómo se distribuyen entre los productores dichos medios, de modo que cada productor tenga en sus manos los recursos para continuar el proceso productivo. Necesariamente, se deben realizar transacciones entre los

productores: ¿a qué precios se realizan los
lógico que el precio de mercado de un bien
medio de producción o consumo final. Si est
los precios, no considera ni la cantidad de
compra de medios de producción ni los me
estos cuestionamientos. La manera de asegu
producción necesarios para producir $X_j(t)$, es
descontar los medios de producción, los dis
es la existencia de un sólo agente. Cualquie
de una economía descentralizada.

Observemos que Nikaido y Kubin
precios corrientes, ya que Nikaido determi
ingreso monetario y la cantidad del bien
elementos sólo decididos por los productores

4. Duménil-Lévy (1983, 1987, 1988, 1989,

El propósito de una gran cantidad de tra
restauración del análisis de competencia cl
1987]. El objetivo en esta parte del trabajo es
modelos de Duménil-Lévy para mostrar que,
determinar los precios corrientes; sólo se d
formación en el mercado.

Enseguida, se pasará a explicar br
presentar los supuestos, para después realiz
modelo y, finalmente, establecer los problema
de mercado.

La economía analizada por los auto
agentes: el primero consiste en un centro
capitalistas conforman el segundo tipo de a

centro de asignación de capital es identificado por Duménil-Lévy con el sistema bancario y tiene dos funciones: la primera función consiste en dividir la masa de beneficios en dos partes, una destinada al consumo improductivo ($0 \leq \alpha \leq 1$) y otra que se acumula $(1 - \alpha)$;[20] la segunda función es asignar el capital entre las ramas. Por otro lado, Duménil-Lévy establecen que los productores determinan tanto las cantidades como los precios y realizan el proceso productivo. La demanda de trabajo depende de los niveles de producción que realizan los productores, dicha demanda establece una masa salarial destinada completamente al consumo final por los trabajadores. Por otro lado, los productores determinan su consumo improductivo. Se supone que los vectores de consumo de bienes finales por los trabajadores y productores capitalistas cambia de periodo en periodo de acuerdo con $C_t^W = v_{t-1}d^w$ y $C_t^K = v'_{t-1}d^k$, donde d^w y d^k son vectores bidimensionales fijos y v'_{t-1}, v_{t-1} representan escalares positivos. Esto supone que cada bien puede ser utilizado para el consumo intermedio o final de manera indistinta. El salario en t corresponde con el valor de una canasta de consumo del periodo en cuestión $w_t = d^w p_t$. Existen dos tipos de funciones G^j y F;[21] la primera función determina los precios efectivos del periodo $t+1$ en función tanto de los stocks de dos periodos subsecuentes como del precio de un periodo anterior, mientras que F determina el movimiento de capitales entre las ramas para el siguiente periodo en función de las tasas de ganancia. Otro supuesto es que, el valor agregado de las cantidades de un periodo es igual al valor de la demanda total,[22] que los autores mencionados interpretan como la ley de Say.

A continuación, se describe explícitamente el funcionamiento la economía, tanto la argumentación económica como matemática. Supóngase que el periodo de t a $t+1$ dura una semana, de lunes a domingo. La producción se realiza de lunes a sábado y el domingo se reestablecen las condiciones para reanudar la actividad económica del próximo periodo $t+1$ en función de lo ocurrido en el periodo t.

---

[20] α determina la fracción de los beneficios que son utilizados para la compra de bienes destinados al consumo improductivo.

[21] Las funciones G^j, F: $\square \rightarrow \square$ son funciones cualesquiera, continuas, derivables y crecientes para $j = 1, 2$ y $G^j(0) = 1$. Para mostrar los resultados de estabilidad se consideran las siguientes funciones: $G^j((S_t^j - S^j_{t+1})/Y^j_{t+1}) = \beta((S_t^j - S^j_{t+1})/Y^j_{t+1})$, $F(r) = (1+r)^\gamma$; así, tanto β como γ juegan un papel importante para la estabilidad. β modela la intensidad del cambio de los precios como resultado del desequilibrio entre oferta y demanda, mientras que γ se interpreta como la intensidad de reacción de los capitalistas a los diferenciales de tasas de ganancia.

[22] Formalmente, $Y_tP_t = D_tP_t$.

agregado es $C_t^K = \frac{\alpha\Pi_t}{d^K P_t} d^K$. De otro lado, se tiene que, el valor del capital total disponible, para ser invertido en el periodo $t+1$, es $K_{t+1} = (Y_t A P_t + Y_t L \omega_t) + (1 - \alpha)\Pi_t$, el cual debe ser distribuido entre las ramas dependiendo de las tasas de ganancia.

La tasa de ganancia en la rama j es

$$r_j^t = \frac{p_t^j}{A_j P_t + l^j \omega_t} - 1 \qquad (I.22)$$

Aquí, de nuevo, tenemos que Duménil-Lévy consideran que la existencia de stocks no genera costos y, en particular, no afecta a las tasas de ganancia. Si se consideraran los costos de los stocks durante un periodo, se tendría que cambiar la ecuación (I.22).

Conocidos tanto el capital disponible, K_{t+1}, para el periodo $t+1$, así como, las tasas de ganancia r_t^j, se determina la inversión en las dos ramas existentes por medio de dos criterios, que se resumen en el siguiente sistema de ecuaciones:

$$k_{t+1}^1 + k_{t+1}^2 = K_{t+1} \qquad (I.23)$$

$$\frac{\dfrac{k_{t+1}^1}{k_t^1}}{F(r_t^1)} = \frac{\dfrac{k_{t+1}^2}{k_t^2}}{F(r_t^2)} \qquad (I.24)$$

La ecuación (I.23) significa que la suma de los valores de los capitales asignados a cada una de las ramas coincide con el capital disponible. Mientras que (I.24), al ser F creciente, formaliza la concepción clásica del movimiento de capitales en función de las tasas de ganancia. Al resolver el sistema (I.22) -(I.23) se obtiene:

$$k_{t+1}^j = \mu_t^j K_{t+1} F(r_t^j) \text{ donde } \mu_t^j = \frac{k_t^j}{k_t^1 F(r_t^1) + k_t^2 F(r_t^2)} \qquad (I.25)$$

Las dos soluciones k_{t+1}^1, k_{t+1}^2 del sistema (I.2
valor del capital que se asigna a cada una de

En la segunda etapa del domingo, l
niveles de producción que realizarán con l
sistema de asignación de capital. Los prod
manera: si el capital asignado a la rama j e
producir una unidad de dicho bien es $(A_j P_t$
llevará a cabo de lunes a sábado y que se ofre

$$Y_{t+1}^j = \frac{k_{t+1}^j}{A_j P_t + l^j \omega_t}$$

Para producir las cantidades Y_{t+1}^j en
medios de producción como fuerza de tr
cantidad de medios de producción para obte
Así, la demanda total medios de producción e

La cantidad de trabajo necesaria en l
la tasa salarial, resulta $\omega_t Y_{t+1}^j L^j = W_t^j$. Al sum
$= W_t$. Bajo el supuesto que todo el salario W
consumo de los trabajadores, se llega a deter

$$C_t^w = \frac{W_t}{d^w P_t} d^w$$

En la tercera etapa del domingo, se l
demanda en el mercado. La oferta correspo
stock S_t del periodo $t-1$, es decir, la oferta tot

[23] Recordemos que como $C_t^w = v_{t-1} d^w$ y como $W_t = C_t^w$

es la suma de bienes intermedios $Y_{t+1}A$ y finales $C_t^k + C_t^w$, por lo cual la demanda total es:

$$D_t = \frac{\alpha\Pi_t}{d^k P_t} d^k + \frac{W_t}{d^w P_t} d^w + Y_{t+1}A \qquad (I.28)$$

El stock S_{t+1} de mercancías que no son demandadas se calcula después de realizar las operaciones de compra-venta. Si a la oferta total le restamos la demanda total, se obtienen como resultado los stocks S_{t+1} para el periodo siguiente:

$$S_{t+1} = Y_t + S_t - D_t \qquad (I.29)$$

Dicho stock formará parte de la oferta para el periodo siguiente.

Observemos que de (I.29) se llega a $S_{t+1} - S_t = Y_t - D_t$ y, al multiplicar la misma igualdad por P_t y utilizar la hipótesis $Y_tP_t = D_tP_t$ (que se interpreta como ley de Say), se obtiene que el valor de los inventarios del periodo $t+1$ y t evaluados a los precios de t coinciden, es decir, $S_{t+1}P_t = S_tP_t$.

En la cuarta etapa, al finalizar las operaciones del mercado, los productores del sector j, por medio de G^j, $S^j_t - S^j_{t-1}$, Y^j_{t+1} y P_t^j, calcula los precios P_{t+1}^j que estarán vigentes durante el periodo $t+1$:

$$P_{t+1}^j = P_t^j G^j\left(\frac{S_t^j - S_{t+1}^j}{Y_{t+1}^j}\right), \text{ con } G^j(0) = 1 \qquad (I.30)$$

Con lo cual concluye el día domingo y finalizan las cuatro etapas.

Para el cálculo del precio del periodo $t+1$ del sector j, es necesario conocer el stock correspondiente, lo cual sólo es posible si el mercado está cerrado. Es decir, no existe ninguna explicación de la formación de los precios de mercado, lo que se determina es la variación del precio en la rama en cuestión.

Observemos que en las etapas dos, tr
y P_{t+1}, respectivamente. El consumo final
durante la semana del periodo $t+1$ y el dom
indicadas anteriormente. Estas cuatro etapas
un sistema dinámico.

El equilibrio de los precios y ca
ecuaciones (I.31) y (I.32), respectivamente,
con la consecuente uniformidad de la tasa de
medios de producción que garantizan un
capitalista:

$$P^* = (1+r^*)(A + Ld^w)P^*$$

$$Y^* = (1+\rho^*)(Y^*A + Y^*Ld^w) + \frac{\alpha\Pi^*}{d^K P^*} d$$

donde $\rho^* = (1 - \alpha)\, r^*$.

La estabilidad del equilibrio es local,
de una vecindad del equilibrio; para este caso
cero (para t suficientemente grande) para
determinados valores de γ y β. Recordemos
función F y los autores interpretan a dicho pa
los capitalistas a los diferenciales de tasas de
función G^j y modela la intensidad del ca
desequilibrio entre oferta y demanda.

Para el caso en que $\frac{S_t^j - S_{t+1}^j}{Y_{t+1}^j}$ tiende
cual significa que en la rama j, "al ser muy
$t+1$, los precios "casi no cambian". En (I.30),
el precio en esa rama no cambia. La igual

cualquiera de los dos miembros en (I.30) y se observa que los precios de un siguiente periodo dependen de la oferta y demanda de la rama correspondiente.

Al sustituir (I.31) y (I.32) en (I.21) se tiene que $\Pi^{*} = \frac{r}{1+r} Y^{*}P^{*}$ y, por otro lado, se llega a $S^{*}_{t+1} - S^{*}_{t} = Y^{*} - D^{*} = \rho^{*}Y^{*}(A + Ld^{w})$. De la última igualdad, se desprende que la diferencia de los stocks con precios y cantidades de equilibrio sólo se anula en el caso que Y^{*} sea el vector cero ó $\alpha = 1$ (recordemos que α es la fracción del beneficio que se destina al consumo improductivo). Es decir, en equilibrio, no necesariamente ocurre la anulación de la diferencia de los stocks $S^{*}_{t+1} - S^{*}_{t}$.

Duménil-Lévy han realizado modificaciones a esta formalización, en las distintas etapas indicadas. Los cambios más notorios son sobre las funciones G^{j} y F. (1983, pág. 12-13, 1993 pág. 86-87). Además, se ha ampliado a tres bienes, varios centros de asignación, diversos productores, capital fijo, producción conjunta y racionamiento. Los resultados que se obtienen para estos casos se muestran con simulaciones.

4.1 El problema de la determinación de los precios en Duménil-Lévy

La ecuación (I.30), que determina los precios del bien j para el periodo $t+1$, tiene dos lecturas. La primera es que P_{t+1} se obtiene en función del precio del periodo anterior, la diferencia de stocks y la cantidad a producir, todas éstas variables del mismo sector. Por la forma de (I.30), se muestra que el precio del sector j correspondiente sólo se puede determinar después del cierre del mercado, ya que solamente en este momento se tiene conocimiento del stock S^{j}_{t+1}. Otra lectura de (I.30) por medio de (I.29) es la sustitución de la diferencia de los stocks por $Y^{j}_{t} - D^{j}_{t}$, donde la cantidad Y^{j}_{t} fue decisión de los productores y se realizó durante el periodo $t-1$, mientras que D^{j}_{t} es la demanda total de trabajadores y productores para el periodo t. Estas dos lecturas muestran que el conocimiento de las variables involucradas para el cálculo de P^{j}_{t+1} sólo son concentradas por los productores de la rama correspondiente y no es necesario el mercado para la determinación de los precios. Aunque el precio se establece en función de la agregación

de la oferta y demanda, el precio no es un re
través de negociaciones, de encuentros dire
formas. Es decir, el precio para el periodo t-
determinados así no se utilizan para evaluar
decisiones económicas del periodo en cues
siguiente.

En la escuela ortodoxa del equilib
caracterizan porque ningún agente tiene inf
en esta escuela, es el subastador quien ca
excedente. Mientras que en la escuela clásic
por la libre movilidad de capitales. Podemo
general como en Duménil-Lévy el subas
operación, aunque la manera no sea similar,
el productor quien determina los precios.

En Duménil-Lévy, se presentan otr
forma de calcular tanto la masa como la tas
stocks, su costo no influye en el cálculo
hipótesis de "la ley Say: $Y_tP_t = D_tP_t$" dentr
que muchas de sus conclusiones usualmente

Por estas razones, se puede concluir
Lévy no corresponde a una economía desc
precios no se establece su formación en el m
de éstos, que llevan a cabo sólo los prod
variación se realiza después de que el merca

[24] Por ejemplo, para demostrar la estabilidad local
$S^{j}_{t-1})/Y^{j}_{t-1})$.

5. Boggio L. (1985, 1990, 1992)

Los elementos distintivos del modelo de Boggio son los siguientes:

- B representa la matriz de stock de capital de $2x2$. El renglón B_i para i = 1, 2, indica el stock de capital de ambos bienes para producir una unidad del bien i. El caso particular $A = B$ significa que todo el capital es circulante.

- s es un número (exógeno) $0 \leq s \leq 1$, que determina la propensión al ahorro, e indica que fracción de la masa de ganancias se destina al ahorro y se invierte. Por ejemplo, $s = 0$ significa que no hay ahorro neto, mientras que cuando $s = 1$ la masa de ganancias se ahorra completamente. El número (1-s) indica la proporción de la masa de ganancias destinada al consumo improductivo.

- $c_t = c(p_t, q_t)$ es una función que determina el consumo improductivo agregado en el periodo t. Se supone que $c(p_t, q_t)$ es homogénea de grado cero en p_t y de grado uno en q_t.[25]

- Todos estos elementos son exógenos.

El modelo dinámico básico que presenta este autor considera las siguientes ecuaciones:

$$q_{t+1} - q_t = q_t^d\, f(r_t, r_t - r_{at}\,\mathrm{ĵ})^{26} \tag{I.33}$$

$$p_{t+1} - p_t = p_t^d\, U(v_t)^{27} \tag{I.34}$$

---

[25] Se denota por $\square_+^n$ el ortante semipositivo del espacio euclidiano n-dimensional; c: $\square_+^2 \times \square_+^2 \rightarrow \square^2$, $c(p, q) = (c_1(p, q), c_2(p, q))$, con derivadas parciales continuas en el ortante positivo $\square_{++}^4$.

[26] q_t^d es matriz diagonal de 2x2 cuyas entradas en la diagonal principal son q_{1t} y q_{2t}. f : $\square_{++}^2 \times \square_{++}^2 \rightarrow \square^2$; f transpuesta es el vector renglón (f_1, f_2) con derivadas parciales continuas. ĵ es el vector bidimensional que consta de unos. Cada entrada de $r_t - r_{at}\,\mathrm{ĵ}_t = (r_{1t} - r_{at}, r_{2t} - r_{at})$ mide la desviación de la tasa de ganancia r_{jt} respecto tasa de ganancia "promedio" r_{at} del sector correspondiente j.

[27] p_t^d es una matriz diagonal de 2x2 cuyas entradas positivas son p_{1t}, p_{2t}. U: $\square^2 \rightarrow \square^2$ y v: $\square_{++}^2 \times \square_{++}^2 \rightarrow \square^2$, $v_t = v(p_t, q_t)$ y tienen derivadas parciales continuas.

Aquí, la economía evoluciona co vectores bidimensionales de precios p_t y d estas variables en el modelo. Este sistema periodo t+1, siendo conocidos estos datos e determinan las tasas de cambios en cantida de ganancia r_t, el escalar r_{at} y las demanda entradas r_{jt} y v_{jt}, para $j=1,2$. La función f = $\partial f_i/\partial r_j$ y $\partial f_i/\partial(r_{jt} - r_{at})$ son positivas si i = movimiento de capital real hacia la rama co (I.33) es que sólo se incrementará la produc dicha rama es positiva y superior a la tas preserva el signo de su argumento. El si variación de los precios tiene la misma direc

Boggio no presenta una explicació sistema: ahorro, consumo, funciones f, U, etc

Para explicar la dinámica que se d cómo es el procedimiento para determinar l son conocidos p_t y q_t vectores bidimensional

Del periodo t al $t+1$, se supone que q_t, se requiere el stock de capital $B'q_t$ cuyo obtiene $q_t + (B' - A')q_t$, que representa la determina el sobrante del stock de capital. E realizada durante el periodo más el sobrant destinan a tres fines: la reposición del stoc $A')q_t$ y la parte se destinada al consumo impr

Conocidos los precios y cantidades d de ganancia unitarias y la tasa de ganancia p continuación:

---

[28] El superíndice ′ indica el vector transpuesto o vecto otra cosa.

$$r_t = ((Bp_t)^d)^{-1}\,(I - A)p_t \quad (I.35)$$

[29]

$$r_{at} = (q_t' Bp_t)^{-1}[q_t'(I - A)p_t] \quad (I.36)$$

[30]

En estos cálculos, se supone que la producción corriente q_t es vendida en su totalidad. La entrada j-ésima de r_t en (I.35) representa la tasa de ganancia unitaria de la rama correspondiente. En (I.36), la expresión que se encuentra dentro del paréntesis cuadrado determina el valor de la masa de beneficios, que se representan con π_t, mientras que $q_t' Bp_t$ es el valor del stock de capital

Determinadas las diversas tasas de beneficio por (I.35) y (I.36), se sustituyen en (I.33) y así se calcula la tasa de crecimiento de cantidades en cada rama. Como consecuencia, se obtiene el vector de cantidades del siguiente periodo q_{t+1}.

La parte de la masa de beneficios que se destina al consumo improductivo, $(1-s)$ $[q_t'(I - A)p_t]$ (la otra parte se invierte = ahorro), es igual al valor de las cantidades demandadas agregadas por los capitalistas, c_t para dicho fin, esto es:

$$p_t' c_t = (1-s)\pi_t \quad (I.37)$$

El vector de demanda que se destina al consumo productivo e improductivo para $t+1$ es $B' q_{t+1} + c_t$. Calculadas las ofertas $\{q_t + (B' - A')q_t\}$ y demandas, se establecen las demandas excedentes; considerando su relación con q_t, obtenemos v_t:

$$v_t = (q_t^d)^{-1}\,(B'(q_{t+1} - q_t) + A' q_t + c_t - q_t) \quad (I.38)$$

[31]

Cada entrada de (I.38) es la relación de la demanda excedente y el producto total del sector correspondiente para t. Con v_t dada en (I.38) y (I.34), se determinan los precios p_{t+1} para el siguiente periodo. Se observa que la demanda excedente toma un papel importante para la determinación de los precios del periodo t al periodo t+1.

[29] Los superíndices d y -1 en (I.35) denotan a la matriz diagonal e inversa, respectivamente, $r_t = (r_{1t}, r_{2t})$.

[30] En (I.36), el superíndice -1 indica el inverso multiplicativo del escalar $q_t' Bp_t$.

[31] $(q_t^d)^{-1}$ es la matriz inversa de la matriz cuadrada diagonal, cuya diagonal principal tiene entradas q_{tj}. Recordemos que la oferta y demanda son, $q_t + (B' - A')q_t$ y $B' q_{t+1} + c_t$, respectivamente; de aquí que la demanda excedente es $B'(q_{t+1} - q_t) + A' q_t + c_t - q_t$.

Por el procedimiento anterior, con (
q_{t+1} y precios, p_{t+1} para el siguiente periodo
cual se obtuvo q_{t+1} y p_{t+1}, se obtienen las va
una trayectoria económica. Veamos como
estabilidad.

Un equilibrio consiste en un vector c
q^* tales que se cumplen las dos condiciones s

(1) $(I-A)p^* = rBp^*$
(2) $q^* + (B' - A')q^* = (1 + sr)B'q^* +$

La primera condición quiere decir qu
proporcionales al capital adelantado. La seg
igual a la demanda. Es decir, en equilibrio,
con la consecuente uniformidad de la tasa de

La existencia de precios de equilibrio
que A es productiva e indescomponible. Por
semipositivo que anula la demanda excedent
$= \alpha p^*$, entonces $q_t = \beta G(t)q^*$ y $p_t = \alpha p^*$ para
$G(t)$ es una matriz diagonal de 2x2 y las entr
$G = 1 + g$ y $g = rs$ son tanto el factor c
respectivamente.[34] En equilibrio, las cantidad
equilibrios económicos se define como el
precios de producción y cantidades de crecim

[32] Se supone que $f_j((r, r), \tilde{0}) = sr$; por (I.33) para este
cantidades de equilibrio q^* es solución de $q_t + (B' - A'$
[33] q^* se define como el punto fijo de la función contin
en sí mismo, cuya regla de correspondencia es $\Gamma(q) =$
q)
[34] Aquí he utilizado las notaciones usuales: g y G
crecimiento; Boggio utiliza g para el factor de crecimi
[35] La tasa de crecimiento de las cantidades en la rama
$= g = rs$

$$E = \{\alpha p^{*} : \alpha \in \square_{++}\} \times \{\beta q^{*} : \beta \in \square_{++}\} \qquad (I.39)$$

Los resultados que presenta Boggio muestran que el equilibrio es, en muchos casos, inestable. Sólo para dos casos, la estabilidad es asintótica: el primero, cuando s =1 (toda la masa de ganancias se invierte) y $A = B$, bajo la hipótesis de que el determinante de A sea negativo; el segundo caso, cuando $1 > s > 0$, $A = B$ y s es suficientemente pequeño, bajo la hipótesis de que los dos bienes destinados al consumo sean sustitutos brutos.

5.1 El problema de la determinación de los precios en Boggio

Las diversas formalizaciones realizadas por Boggio, resumidas en las ecuaciones (I.33) -(I.34), pretenden ser una síntesis sobre el tema; el autor afirma que al hacer variantes a cada una de estas ecuaciones logra obtener e interpretar, entre otros, a los modelos de diversos autores: Duménil-Lévy (1987), Nikaido (1985), etc. Las formalizaciones de estos autores difieren con Boggio en varios aspectos, entre otros, en el tratamiento del consumo, la forma de asignar el capital entre las ramas, o la manera de variar los precios, por lo que el estudio de un modelo no implica el otro.

Pasemos al examen de algunos aspectos problemáticos presentes en el planteamiento de Boggio.

Un primer cuestionamiento es: ¿quién determina las cantidades y los precios? Boggio no responde explícitamente, pero podemos afirmar que estas determinaciones las realiza un agente central, ya que para el cálculo de estas variables en la rama j es necesario concentrar toda la información de las principales variables económicas. Por ejemplo, para determinar la producción $q_{j(t+1)}$ correspondiente de la rama j, se realiza con el conocimiento de r_{jt} y r_{at}, que a su vez se realiza si son conocidos los vectores de precios p_t y cantidades q_t. Para el caso de $p_{j(t+1)}$, se requiere conocer el vector de demandas excedentes v_t, para lo cual es necesario el conocimiento de todas las ofertas, demandas y el consumo agregado del periodo en cuestión. Esto es similar al planteamiento de variación de precios que realiza la escuela neoclásica: en esta escuela,

la variación de precios se realiza por un suba
sobre las ofertas y demandas y propone
función del signo de la demanda excedent
agente central para realizar los cálculos de pr

En segundo lugar, ¿cómo se determ
esta pregunta, la respuesta es más clara m
determina la tasa de cambio de los precios y
$t+1$ en función de los precios del periodo t y
precisa, la ecuación (I.34) establece que la ta
de la relación entre la demanda excedente y
Esto se muestra claramente si U es la función

La pregunta es: ¿cuáles son los argu
No existe una respuesta precisa en Boggio. I
que la oferta y demanda son los elemen
disminución de los precios, lo cual se ve refl
discusión, el problema es la manera de
determinación de los precios. En Boggio, no
mercado de la oferta y demanda como se
determinan después de conocer la demanda
mercado.

Las dos hipótesis sobre la función
homogénea de grado cero respecto a los pre
cantidades, tienen un papel muy importante.
jacobiana de U es diagonal con entradas posi
precio depende únicamente de la rama d
planteamiento neoclásico ortodoxo, se tiene u
cero respecto a los precios; esta condición d
establece la misma propiedad de manera exc
la existencia de un agente central para el cá
que una de las condiciones para la estabilida

escuela neoclásica. Pero en Boggio, adicionalmente se necesita pedir que el signo del determinante de la matriz de insumos sea negativo.

Los argumentos anteriores muestran que: (1) el mercado no es el mecanismo para formar los precios corrientes; (2) la expresión matemática para determinar los precios corrientes no tiene sólidos argumentos económicos y, (3) las hipótesis sobre la función consumo y la función U que determinan los precios hacen que la estabilidad no sólo dependa de la sustitución bruta entre los bienes, sino que además se necesita una condición técnica. De lo anterior, se desprende que los precios corrientes son determinados por un agente central después de conocer todas las demandas excedentes, por lo cual los precios corrientes no son determinados por el mercado.

Conclusiones

He mostrado que, en los modelos de Boggio, Duménil-Lévy, Kubin y Nikaido, las expresiones matemáticas para determinar los precios corrientes no tienen una explicación económica satisfactoria que exprese la formación de precios de mercado desde el punto de vista de la escuela clásica. Tanto en Boggio como en Duménil-Lévy, se presenta una variación de precios. En ambos autores, la variación depende de la demanda excedente, este elemento en Boggio aunado a la forma de la función consumo hace que la estabilidad dependa de hipótesis sobre la técnica y la sustituibilidad bruta de los bienes. En Duménil-Lévy, la estabilidad depende de dos parámetros, β y γ, que representan la intensidad del cambio de los precios como resultado del desequilibrio entre oferta y demanda y la intensidad de reacción de los capitalistas a los diferenciales de tasas de ganancia, respectivamente. En estos dos modelos, el mercado no juega ningún papel para la determinación de los precios efectivos. En Boggio, la centralización de la información es un elemento necesario para la variación de precios, mientras que, en ambos autores, los precios para $t+1$ se forman después de realizar los intercambios. En Duménil-Lévy, el productor de la rama j determina los precios en función de la tasa de crecimiento de la demanda excedente. En la escuela neoclásica, la variación de precios se realiza por el subastador; en Duménil-Lévy, se sustituye la función del subastador por medio del productor. Por otro, lado Kubin plantea la

incorporación de la demanda efectiva para la
en cada mercado se determina una cantidad
del proceso de mercado, lo cual se acerca
smithiana. El problema es que este poder d
sociedad; en este caso, por los trabajadores.
los costos con el capital disponible, es dec
sector opuesto al de Kubin, sólo por los p
explicar el funcionamiento lógico de los
central.

En resumen, se ha mostrado que en l
pretenden formalizar el proceso de comp
forman los precios de mercado. Estos model
distintas tasas de ganancia y de la hipótesis c
de estos modelos establece condiciones
estacionaria, caracterizada por tres elemen
precios de producción e igualdad de ofert
ninguno de los modelos, aparece el mercado
Los distintos procesos dinámicos, al no for
uno de los aspectos fundamentales presente e
modelos explican cómo se puede lograr el eq
un estudio del proceso competitivo clásico.

Esto muestra que no se ha estudi
gravitación a partir de las indicaciones de
donde los precios se formen en el mercad
realicen ajustes en cantidades. Por ello, e
competencia clásico, donde en cada period
través del ajuste en las tasas de ganancia se e
posición estacionaria caracterizada por la un
de formación de precios de mercado establ
puede ayudar a resolver este problema.

[36] Que para el caso de Cantillon se tiene una gravitaci
a través del ajuste de la renta.

Las características comunes en los modelos hacen que sus resultados se establezcan para casos muy particulares, por ejemplo, la consideración de dos bienes o ramas de la economía, sin cambio técnico, entre otros aspectos. Estos son elementos a ser superados en trabajos subsecuentes.

Otro elemento a destacar es la formalización del equilibrio de corte clásico. En los distintos modelos, el equilibrio se caracteriza por la uniformidad de la tasa de ganancia y compatibilidad entre ofertas y demandas. Aunque no se discute la relación entre la tasa de ganancia uniforme y ofertas y demandas, se establece que ambas deben coincidir en equilibrio. En el capítulo cuarto de esta tesis, se muestra que la uniformidad de la tasa de ganancia no implica la igualdad de ofertas y demandas en las distintas ramas de la economía.

CAP

CANTILLON: AJ

Introducción

Desde Cantillon, se afirma que los precios
cual se obtiene la compatibilidad de decision
la voluntad de los agentes. Los estudios
Cantillon han sido poco desarrollados, no
proposiciones planteadas por este autor.[37] E
Cantillon", Klimovsky [1992], se propone
pero se dejan de lado las propiedades de estab

El objetivo de este capítulo, es des
económica presente en Cantillon, basada en
incorpora la formación de precios de merc
formalizar los conceptos de valor intrínseco,
ajuste y establecer el análisis sobre las condi
El resultado de estabilidad que presentamos
autores, en sus investigaciones sobre los ec
Benetti C. [1981], Kubin I. [1991] y Dum
través de condiciones sobre la elasticidad,
Aquí, la estabilidad está vinculada a la baja e
los precios.

Veamos brevemente tanto el cont
Cantillon, como el contenido de este capítulo.

[37] Ekelud Jr. Robert B, Hébert Robert F. (1992) pá
corrobora lo anterior.

El libro de Ricardo Cantillon (RC) *Ensayo sobre la naturaleza del comercio en general*,[38] se publicó en 1755, aunque su autor murió en 1734. En esta época, el capitalismo irrumpía y no estaba completamente consolidado, existiendo características precapitalistas. Esto se ve reflejado a lo largo de esta obra.

La economía analizada por Cantillon consta de tres clases sociales: los propietarios de la tierra o latifundistas, los arrendatarios y los trabajadores, tanto agrícolas como artesanos. La sociedad en consideración es asimétrica. Los latifundistas constituyen la clase social preponderante en todo su análisis, arriendan parte de sus propiedades y obtienen rentas o ingresos; además, su modo de vida es determinante para el conjunto de la sociedad, sus decisiones influyen en el rumbo de la economía y en el comportamiento de las otras clases sociales. Los arrendatarios desarrollan la actividad productiva fundamental, el cultivo de la tierra y el pago del arriendo a los propietarios es muy importante. Los trabajadores agrícolas y artesanos son útiles por la aportación de mano de obra y la elaboración de diversos productos que son consumidos por las tres clases sociales.

En suma, el motor de la economía lo constituye el sector agrícola, con un capitalismo poco desarrollado. Cantillon tiene como antecedente a William Petty [1662], considerado el padre de la economía política, para quien "todas las cosas deben evaluarse conforme a los elementos naturales, a saber, tierra y trabajo" (pág. 216). Cantillon establece que el valor intrínseco de un bien lo determinan las cantidades de estos "elementos naturales" y construye las bases para la elaboración de una teoría del valor-tierra.

En la primera sección de este capítulo, examinamos formalmente su concepción del valor intrínseco, basada en el valor-tierra.

Cantillon formula la primera regla conocida por la ciencia económica para calcular el precio de mercado tanto en una situación de equilibrio como de desequilibrio, cuyo estudio se llevara cabo en la sección dos.

[38] A menos que se mencione otra cosa, todas las citas corresponden a este libro.

También se encuentran en Cantillon
entre economía de mercado y economía cen
los mismos resultados en ambos casos, es d
decisiones de un agente central represent
partido por el proceso de mercado. Sus argu
la sección tres.

Cantillon es el primero de los econ
gravitación de los precios de mercado en to
compartida, con sus respectivas concepcione
por Marx, pero ninguno de estos autores pr
abierto un debate en la actualidad, buscándos
las ideas de los economistas clásicos. En
dinámico, considerando un bien agrícola, d
basa la gravitación de los precios de merc
modelo, la dinámica de la formación de los p
la renta, que, a su vez repercuten en la proc
precios de mercado oscilan en torno al valo
proceso será convergente si existe una baja e
los precios.

En la sección cinco, se plantea el mism
una función de costos y se estudia el pap
convergencia del precio de mercado al valor i

1. Valor intrínseco y teoría del valor-tierr

Richard Cantillon define el valor intrínseco a
"El precio o valor intrínseco de una cosa e
trabajo que intervienen en su producción" (pá

En este planteamiento, existe un problema fundamental que consiste en la determinación cuantitativa del "valor intrínseco". Para ejemplificar, supongamos dos mercancías, 1 y 2, cuya producción requiere las siguientes cantidades de tierra y trabajo:

insumos / mercancía	Tierra (hectáreas)	Trabajo (jornadas)
1	a	b
2	c	d

Surge la siguiente pregunta, ¿cuál de las dos mercancías tiene mayor valor intrínseco? Para dar una respuesta, se debe encontrar una forma de expresar la tierra en términos del trabajo o viceversa. Es decir, se debe encontrar algo que pueda equiparar la tierra con el trabajo y así comparar el valor de la mercancía 1 con el de la 2.

Cantillon no da una determinación cuantitativa de los valores intrínsecos, pero explica como el trabajo puede reducirse a la cantidad de tierra que se utiliza para producir las mercancías destinadas a la subsistencia del trabajador: "El trabajo corresponde, por lo menos, y tiene el mismo valor que la cantidad de tierra destinada por el propietario para su sustento y sus mínimas necesidades" (pág.31) y agrega: "Yo he mandado hacer cálculos para establecer la cantidad de tierra a base de la cual un hombre puede procurarse el producto de cada especie de alimento, vestido y otras cosas necesarias para subsistir" (pág. 33). Lamentablemente, estos cálculos a los que hace referencia Cantillon no aparecen en su libro editado en español.

Una esquematización de esta idea es la siguiente. Supongamos que la economía consta de N bienes y que cada bien se produce con un tipo de tierra homogéneo. Sea τ_j el valor intrínseco de la mercancía j. Definimos las unidades de las mercancías de modo tal que la cantidad producida de cada una de ellas sea igual a la unidad. Para la producción de la mercancía j, se requiere una cantidad directa de tierra t_j y una cantidad de trabajo. Para reducir dicha cantidad de trabajo a una cantidad de tierra, en primer lugar, se suponen determinadas las cantidades de las distintas mercancías que son necesarias para la subsistencia de los trabajadores empleados en la producción de la mercancía j. Luego, se calcula la cantidad de tierra t_{j1} requerida para la producción de estos bienes de subsistencia y la cantidad de mercancías que consumen los trabajadores

empleados en la producción de los mismos.
utilización de t_{j2} unidades de tierra y de traba
por los bienes que consumen los trabajad
sucesivamente. Sumando las cantidades de
la producción de la mercancía j, se obtiene e
es la cantidad total de tierra empleada en su

$$\tau_j = t_1 + t_{j1} + t_{j2} + \ldots + \ldots \qquad ; j = 1, 2$$

En términos matriciales se tiene:

$$\tau = t + B\,t + B^2\,t + \ldots + B^k\,t + \ldots$$

donde $B = (b_{ij})$ es una matriz cuadrada, no n
asegura la subsistencia de los trabajadores
máximo de B tiene una magnitud menor qu
como:

$$\tau = (I - B)^{-1} t$$

Esta ecuación es equivalente a:

$$\tau = t + B\,\tau$$

Es decir, el valor intrínseco de una mercancía
necesaria más la cantidad de tierra utilizada d

2. Precio de mercado, valor intrínseco y e

Cantillon establece por primera vez una reg
mercado tanto en una situación de equilibrio
fijándose en el mercado conforme a la prop

venta y del dinero dispuesto a comprarlos" (pág. 19). De acuerdo con esta regla, el precio de mercado de una unidad de la mercancía *j*, p_j^m, se obtiene de la siguiente manera:

$$p_j^m = \frac{M_j}{q_j^m} \tag{II.5}$$

Aquí, M_j y q_j^m representan, respectivamente, el dinero agregado disponible para la compra de la mercancía *j* y la oferta agregada de la misma. El precio de mercado se establece de modo que la cantidad llevada al mercado por los productores se venda completamente.

Para Cantillon, la relación entre el precio de mercado y el valor intrínseco se desprende del comportamiento de la producción:

"Si los campesinos siembran más trigo del que hace falta para el consumo del año, el precio del trigo en el mercado descenderá por debajo del valor intrínseco. Si, a la inversa, los agricultores siembran menos trigo del necesario para el consumo, habrá más compradores que vendedores, y el precio del trigo en el mercado se elevará por encima de su valor intrínseco" (pág. 29).

La comparación entre el precio de mercado y el valor intrínseco, τ_j, supone que una unidad de tierra ha sido fijada de modo tal que su precio es unitario y que τ_j representa el precio monetario de la tierra utilizada directa e indirectamente en la producción de la mercancía *j*. Esto es una hipótesis, porque no se sabe cómo está determinado.

Podemos afirmar que, para Cantillon, la evolución de las cantidades, precios y rentas indican el rumbo de la economía. Establecidas las cantidades, se determinan los precios de mercado y la renta que pueden pagar los arrendatarios: R_j^p. Los latifundistas o propietarios de la tierra fijan exógenamente la renta que deben percibir R_j^d, la cual Cantillon fija en una tercera parte del valor del producto.

El planteamiento de funcionamiento
puede expresar de la siguiente manera: si la
los requerimientos de los consumidores -que
de mercado p_j^m menor que τ_j. Por lo cual, la
es suficiente para cubrir la renta fijada por
funcionando, Cantillon propone una condon
producción t + 1, en el que se tendrá mayo
modo que se reduce la cantidad producida
productores es inferior a los requerimientos
valor intrínseco τ_j; se tiene $R_j^p > R_j^d$. Esto c
cultivos y la producción se incrementará. Ol
mercado con el valor intrínseco, no se pue
para ello, debemos tener en cuenta el co
considerados en la sección cinco de este trab

Así, los ajustes de cantidades de un
la renta que pueden pagar los agricultores y
Conforme transcurre el tiempo, tanto el
producción tenderán a igualarse con el valor
realizó la demostración de esta afirmación y
del desarrollo de la escuela clásica.

El estado en torno al cual gravita la
con el "estado natural", presente a lo largo de

En "estado natural", siempre existe c
producidas como en las cantidades de diner
bien *j*. Es decir, el precio de mercado coin
precio de una mercancía coincide con el
producción. Los ingresos netos obtenidos p

renta R_j^d que perciben los latifundistas. Así, de periodo en periodo, las distintas cantidades permanecen inalteradas.

3. Mercado y "agente central"

Cantillon afirma que si existe un solo latifundista, éste: "1° Destinará necesariamente una parte al cultivo de cereales; otra parte se aplicará a alimentar a animales necesarios para su vestido y alimento; 2° dedicará una porción de sus tierras a parques, jardines y árboles frutales, etc" (pág. 45). Pero, si los agricultores se convierten en empresarios (economía de mercado), "con precios que establezcan las mismas ventajas y subsistencia que antes (economía centralizada), se emplearán todas las parcelas y granjas de esta gran propiedad para los mismos fines y usos a que se destinaban. Un granjero que se haya ajustado a las exigencias del consumo (economía de mercado), destinará una porción de sus tierras a praderas, cereales, a lana, y así sucesivamente; y no cambiará método, por consiguiente, los colonos emplearán la tierra para los mismos usos que antes" (pág. 47-48).

Cantillon supone que el latifundista realiza una asignación de sus recursos de manera eficiente, tal que se garantiza su consumo demandado. Pero también establece que esta misma asignación se puede realizar a través del mercado. Es decir, tanto una economía centralizada como otra de mercado dan los mismos resultados en la utilización de la tierra. En Cantillon, esto determina el comportamiento de toda la economía, ya que es fundamentalmente agrícola. En términos actuales, podemos decir que el mercado es eficiente.

Estamos en el inicio de la discusión: ¿cómo establecer un dispositivo de funcionamiento y coordinación de la sociedad que sea eficiente? La discusión se centra en establecer cuál es el mejor dispositivo.

En el caso de la economía centralizada por el latifundista, se determina qué, cuánto y cómo producir y realizar la distribución. Para llevar a cabo esto, se requieren realizar "cálculos" y toda una organización que posibilite el "plan".

En la economía de mercado, los prod
otros la cantidad q_j^m, con lo cual se det
Cantillon, la renta se establece exógenament
mecanismo de los precios hace posible la co
El resultado de los ajustes en la producción p
utilización de la tierra análoga a la establec
por el "mercado", ya que esto "evitaría tantos

4. Gravitación y estado estacionario en R

En esta sección, se llevará a cabo una forma
Cantillon:

"Jamás existe variación en el v
imposibilidad de adecuar la producción d
origina una variación cotidiana, y un fluj
mercado"(pág. 28-29) "En general los preci
del valor intrínseco" (pág. 81).

Se establecen las condiciones para qu
intrínseco τ_j, que, como se recordará, repres
directa e indirectamente para la producción
fijo durante el proceso de ajuste. En lo que s
valor intrínseco permanece fijo durante el
ocasiones, supone lo contrario. También se e
la producción de un bien y que ésta permanec

Tengamos presente que q_j^m cambia de
variaciones en el comportamiento de la re
respecto a la que deben pagar. Si, por ejempl

pagar los productores excede la renta establecida por los latifundistas, entonces en t, la producción q_j^m aumentará, e inversamente en el caso contrario.

En el mercado, se determinan los precios p_j^m, por la consideración de dos cantidades: M_j, que representa la cantidad total de dinero, que es el resultado de una decisión de los individuos para la compra de la mercancía j, y la cantidad q_j^m. Mientras que q_j^m lo determinan los productores de la rama j, M_j se establece socialmente. Para estudiar la variación de p_j^m se necesitan considerar las variaciones de estas dos cantidades. Arriba, hemos establecido la forma de variación de la producción de periodo en periodo; sólo resta determinar el gasto social en cada periodo.

En este punto, retomamos las ideas de Klimovsky E. [1992]:

"Cantillon no nos proporciona una teoría acerca del comportamiento del gasto durante el proceso de ajuste. Sin embargo, se desprenden de su análisis algunas indicaciones útiles para la definición del nivel del mismo. En efecto, de la regla de fijación de los precios de mercado se infiere que el gasto tiene que ser independiente del precio de mercado. Debe, por tanto, ser calculado al precio o valor intrínseco. Obviamente, no puede tratarse de la evaluación de la cantidad existente en el mercado – ya que en este caso el precio de mercado nunca podría diferir del precio o valor intrínseco- sino de la cantidad que se ajusta al consumo, o cantidad natural, que llamaremos q_j^*" (pág. 63).

Formalmente, tenemos entonces lo siguiente:

$$M_j = q_j^* \tau_j. \qquad \text{(II.6)}$$

Por lo cual:

$$p_j^m = \frac{q_j^*}{q_j^m}\tau_j$$ [39]

(II.7)

En suma, para el mercado j al inici

actúan de manera individual, realizan inve

teniendo como resultado $q_j^m(t)$; el conjunto

establece un precio de mercado $p_j^m(t)$. Est

ingreso neto:

$$R_j^p(t) = q_j^m(t)\, p_j^m(t) - q_j^m(t) c_j(t)$$

Aquí, (II.8) representa la renta que realmen

lado, los propietarios han determinado percib

$$R_j^d(t) = \frac{1}{3} q_j^m(t) \tau_j$$

Así, podemos afirmar que $R_j^p(t) - R$

los costos, con lo cual $R_j^p(t) - R_j^d(t) = f_j(p_j^m$

no necesariamente preserva el signo de sus

implica que $p_j^m(t) - \tau_j = 0$.

Por otro lado, el resultado de la decis

en la rama j depende de cómo se haya comp

percibir los propietarios.[40] Si el ingreso neto

($R_j^p(t) - R_j^d(t) > 0$), entonces la producción

[39] Observemos que si $q_j^m \to q_j^*$ entonces $p_j^m \to \tau_j$.

[40] A partir de Smith, la decisión de producción depen

relativamente alta en la rama j, los capitales fluyen a e

lo contrario si la tasa de ganancia es relativamente baja a la cantidad natural q_j^m. En cambio, disminuirá si $R_j^p(t) - R_j^d(t) < 0$. Este comportamiento lo representamos con la igualdad:

$$q_j^m(t+1) - q_j^* = \varphi_j(R_j^p(t) - R_j^d(t)) \tag{II.10}$$

donde φ_j es una función que preserva el signo del argumento.

Por lo anterior, podemos afirmar que la dinámica del funcionamiento económico concebido por Cantillon para la rama j se representa por el siguiente sistema:

$$p_j^m(t) = \frac{q_j^*}{q_j^m(t)}\tau_j \tag{II.11}$$

$$R_j^p(t) - R_j^d(t) = f_j(p_j^m(t) - \tau_j, c_j) \tag{II.12}$$

$$q_j^m(t+1) - q_j^* = \varphi_j(R_j^p(t) - R_j^d(t)) \tag{II.13}$$

Si en algún periodo de producción, la cantidad producida es la cantidad "natural", $q_j^m(t) = q_j^*$, la economía permanecerá en estado de reposo permanentemente, sin cambios: el precio de mercado coincidirá con el valor intrínseco y $R_j^p(t) = R_j^d(t)$; esto conllevará a que $q_j^m(t+1) = q_j^*$, lo cual implica que $c_j(t) = \frac{2}{3}\tau_j$. Fuera de esta situación, las cantidades cambian continuamente.

4.1 Ejemplo de la dinámica económica

Analicemos este sistema dinámico para el caso particular:

$$p_j^m(t) = \frac{q_j^*}{q_j^m(t)}\tau_j \tag{II.14}$$

$$R_j^p(t) - R_j^d(t) = A_j(p_j^m(t) - \tau_j) \tag{II.15}$$

$$q_j^m(t+1) - q_j^* = B_j(R_j^p(t) - R_j^d(t))$$

donde A_j es una constante cuyas unidades co

$p_j^m(t)$ □ τ_j, entonces $R_j^p(T)$ □ $R_j^d(T)$, lo qu

relación entre el precio de mercado y el valo

son tales que, aunque el precio de mercad

$R_j^p(t) > R_j^d(t)$, es decir, los costos influyen

el valor intrínseco. Por otro lado, B_j es positi

variar $R_j^p(t) - R_j^d(t)$.

Sustituyendo (II.15) en (II.16), se llega a:

$$q_j^m(t+1) - q_j^* = B_j(R_j^p(t) - R_j^d(t)) = \ldots$$

De la igualdad (II.17), se define ϕ con

$$q_j^m(t+1) = A_jB_j(p_j^m(t) - \tau_j) + q_j^* = \phi \ldots$$

Se introduce el precio de mercado (II.

$$q_j^m(t+1) = \frac{A_jB_j\,q_j^*\,\tau_j}{q_j^m(t)} - A_jB_j\tau_j + q_j^*$$

La ecuación (II.19) representa la dinán

$$q_j^m(t+1) = \Psi(q_j^m(t))$$

Para el caso A_j positivo, suponemos

siguiente funcionamiento:

Sí en el periodo t: $q_j^m > q_j^* \Rightarrow p \ldots$

entonces en el periodo $t+1$: $q_j^m < q_j^* \Rightarrow p_j^m > \tau_j \Rightarrow R_j^p > R_j^d$

entonces en el periodo $t+2$: $q_j^m > q_j^* \Rightarrow p_j^m < \tau_j \Rightarrow R_j^p < R_j^d$

Y así sucesivamente.

Observemos que las cantidades, los precios y las rentas que pueden pagar los arrendatarios oscilan de periodo en periodo.

4.2 Análisis de estabilidad

Los puntos estacionarios de (II.19), para *j* cualquiera pero fija, son:

$$\bar{q}_j = q_j^* \text{ y } \bar{\bar{q}}_j = -A_jB_jq_j^* \qquad \text{(II.21)}$$

Se deriva (II.20) respecto a $q_j^m(t)$ y se evalúa en q_j^* para llegar a:

$$\left.\frac{d\Psi(q_j^m(t))}{dq_j^m(t)}\right|_{q_j^*} = \Psi'(q_j^*) = -\frac{A_jB_j\tau_j}{q_j^*} \qquad \text{(II.22)}$$

[41]

Proposición: Si $\left|\frac{A_jB_j\tau_j}{q_j^*}\right| < 1 \Rightarrow \lim_{t\to\infty} q_j^m(t) = q_j^*$

Es decir, existe una vecindad alrededor de q_j^*, tal que para toda cantidad inicial llevada al mercado $q_j^m(0)$ en dicha vecindad, se tiene $q_j^m(t) \to q_j^*$ para $t \to \infty$, donde $q_j^m(t) = \Psi(q_j^m(t-1))$ para $t = 1, 2, \ldots$

Antes de entrar al detalle de la demostración, veamos el significado de $\left|\frac{A_jB_j\tau_j}{q_j^*}\right|$.

[41] Por la forma como están definidas las unidades de todos los términos involucrados en este cociente, se tiene una constante.

Dividimos (II.18) por $p_j^m(t)$:

$$\frac{\phi(p_j^m(t))}{p_j^m(t)} = \frac{q_j^m(t+1)}{p_j^m(t)} =$$

De (II.23), obtenemos lo siguiente:

$$\left(\frac{\phi(p_j^m(t))}{p_j^m(t)}\right)_{\tau_j} = \left(\frac{q_j^m(t+1)}{p_j^m(t)}\right)_{\tau_j} = \frac{q_j^*}{\tau_j}$$

Se deriva (II.18) respecto al precio:

$$\frac{d\phi(p_j^m(t))}{dp_j^m(t)} = A_jB_j$$

De (II.25) y (II.24) se tiene:

$$\frac{\left(\frac{dq_j^m(t+1)}{dp_j^m(t)}\right)_{\tau_j}}{\left(\frac{q_j^m(t+1)}{p_j^m(t)}\right)_{\tau_j}} = \frac{A_jB_j\tau_j}{q_j^*}$$

Es decir, $\frac{AB\tau_j}{q_j^*}$ es la elasticidad de

Así, la estabilidad depende de cómo varían
otras palabras, si existe una baja elasticid
precios, entonces se puede asegurar la conv
valores intrínsecos. Este resultado es simil
formalización de A. Smith. La misma expres
términos; el primero mide el cambio porce

producción en estado estacionario $dq_j^m(t+1) / q_j^\bullet$, mientras que el segundo representa el cambio porcentual en los precios en relación con el valor intrínseco $dp_j^m(t) / \tau_j$.

Demostración de la proposición

La demostración se llevara a cabo en dos pasos. El primer paso consiste en demostrar que existe una vecindad alrededor de $q_j^\bullet$, tal que para cualquier elemento en dicha vecindad, la derivada de Ψ es acotada por un número positivo menor que uno. En el segundo paso, probamos que la distancia de $q_j^m(t)$ a $q_j^\bullet$ tiende a cero.

Paso 1

La función Ψ es de clase 1 en todos los $q_j^m(t) \neq 0$, en particular para $q_j^\bullet$; de (II.22) se llega a:

$$\lim_{q_j^m(t) \to q_j^\bullet} \Psi'(q_j^m(t)) = -\frac{AB\tau_j}{q_j^\bullet} = \Psi'(q_j^\bullet)^{42} \qquad \text{(II.27)}$$

Por lo cual, para $\varepsilon = \frac{1}{2}\left(1 - \left|-\frac{AB\tau_j}{q_j^\bullet}\right|\right) > 0$, existe una $\delta(\varepsilon) > 0$, tal que si $q_j^m(t) \in \left(q_j^\bullet - \delta,\ q_j^\bullet + \delta\right)$ entonces $\Psi'(q_j^m(t)) \in \left(\Psi'(q_j^\bullet) - \varepsilon,\ \Psi'(q_j^\bullet) + \varepsilon\right)$, es decir, $\left|\Psi'(q_j^m(t)) - \Psi'(q_j^\bullet)\right| < \varepsilon$.

Pero

$$\left|\Psi'(q_j^m(t))\right| = \left|\Psi'(q_j^m(t)) - \Psi'(q_j^\bullet) + \Psi'(q_j^\bullet)\right| \leq \left|\Psi'(q_j^m(t)) - \Psi'(q_j^\bullet)\right| + \left|\Psi'(q_j^\bullet)\right|$$

Esto implica que:

[42] Aquí $q_j^m(t) \to q_j^\bullet$ no significa que $q_j^m(t) \to q_j^\bullet$ para $t \to \infty$.

$$\left|\Psi'(q_j^m(t))\right| - \left|\Psi'(q_j^\bullet)\right| \leq \left|\Psi'(q_j^m(t)) - \right.$$

Se arregla (II.28) y se sustituye el valor de ε:

$$\left|\Psi'(q_j^m(t))\right| < \varepsilon + \left|\Psi'(q_j^\bullet)\right| = \frac{1}{2}($$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left|\Psi'(q_j^\bullet(t))\right|$$

Por la hipótesis de la proposición y (II.

menor que uno. Llamaremos J a este número:

$$J = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left|\Psi'(q_j^\bullet(t))\right| < 1$$

De lo anterior, se puede

$q_j^m(t)$ tal que $q_j^m(t) \in \left(q_j^\bullet - \delta,\ q_j^\bullet + \delta\right)$, se tiene c

$$\left|\Psi'(q_j^m(t))\right| < J$$

Paso 2

Por inducción, se probará que, para todo número

$$\left|q_j^m(t) - q_j^\bullet\right| < J^t \left|q_j^m(0) - q_j^\bullet\right|$$

donde $q_j^m(0) \in \left(q_j^\bullet - \delta,\ q_j^\bullet + \delta\right)$ y por (II.20), q_j^m

Primero, se probará para t = 1. Se considera un $q_j^m(0) \neq q_j^*$ cualquiera en el intervalo $\left(q_j^* - \delta,\ q_j^* + \delta\right)$ y se aplica el teorema del valor medio para la derivada de Ψ en el intervalo formado por los puntos $q_j^m(0)$ y q_j^*, por lo cual existe un ξ_j^0 tal que:

$$\left|\Psi(q_j^m(0)) - \Psi(q_j^*)\right| = \left|\Psi'(\xi_j^0)\right|\left|q_j^m(0) - q_j^*\right| \qquad \text{(II.33)}$$

donde ξ_j^0 está en el interior del intervalo formado por los puntos $q_j^m(0)$ y q_j^*, contenido en $\left(q_j^* - \delta,\ q_j^* + \delta\right)$. Para ξ_j^0, se cumple (II.31) y por (II.33) se llega a:

$$\left|\Psi(q_j^m(0)) - \Psi(q_j^*)\right| < J\left|q_j^m(0) - q_j^*\right| < \left|q_j^m(0) - q_j^*\right| < \delta \qquad \text{(II.34)}$$

Por (II.20) y (II.19), se tiene $q_j^m(1) = \Psi(q_j^m(0))$ y $\Psi(q_j^*) = q_j^*$, así:

$$\left|q_j^m(1) - q_j^*\right| = \left|\Psi(q_j^m(0)) - \Psi(q_j^*)\right| < J\left|q_j^m(0) - q_j^*\right| < \left|q_j^m(0) - q_j^*\right| < \delta \qquad \text{(II.35)}$$

Por lo cual, la proposición es válida para t = 1. Además $q_j^m(1) \in \left(q_j^* - \delta,\ q_j^* + \delta\right)$.

Supongamos que la proposición vale para t, probaremos que también es valida para $t+1$.

Por hipótesis de inducción (II.32) y (II.30), se tiene:

$$\left|q_j^m(t) - q_j^*\right| < J\left|q_j^m(0) - q_j^*\right| < \left|q_j^m(0) - q_j^*\right| < \delta$$

Esto implica que $q_j^m(t) \in \left(q_j^* - \delta,\ q_j^* + \delta\right)$.

Nuevamente, por el teorema del valo

intervalo formado por los puntos $q_j^m(t)$ y

anteriormente, existe un ξ_j^t tal que cumple:

$$\left|\Psi(q_j^m(t)) - \Psi(q_j^*)\right| = \left|\Psi'(\xi_j^t)\right|\left|q_j^m(t\right.$$
$$< J\left|q_j^m(t) - q_j^*\right|$$
$$< J^{t+1}\left|q_j^m(0) - q_j^*\right.$$

Observemos que:

$$\left|q_j^m(t+1) - q_j^*\right| = \left|\Psi(q_j^m(t)) - \Psi(q_j^*)\right|$$

De (II.37) y (II.36):

$$\left|q_j^m(t+1) - q_j^*\right| < J^{t+1}\left|q_j^m(0) - q_j^*\right|$$

Bajo la consideración, si $0 < J < 1 \Rightarrow$ lim

$$\lim_{t\to\infty} q_j^m(t+1) = \lim_{t\to\infty}\Psi(q_j^m(t)) = q_j^*$$

Concluimos que:

$$\lim_{t\to\infty} q_j^m(t) = q_j^*$$

Por lo anterior, la proposición queda dem

Tenemos el siguiente corolario

Corolario: Si $\left|\dfrac{A_j B_j \tau_j}{q_j^*}\right| < 1 \Rightarrow \lim_{t\to\infty} p_j^m($

Demostración

Por (II.14), el precio de mercado para el bien j es

$$p_j^m(t) = \frac{q_j^*}{q_j^m(t)}\tau_j$$

Por lo cual

$$\lim_{t\to\infty} p_j^m(t) = \lim_{t\to\infty}\frac{q_j^*}{q_j^m(t)}\tau_j = \tau_j\frac{\lim\limits_{t\to\infty} q_j^*}{\lim\limits_{t\to\infty} q_j^m(t)} = \tau_j\frac{q_j^*}{\lim\limits_{t\to\infty} q_j^m(t)} = \tau_j\frac{q_j^*}{q_j^*} = \tau_j$$

4.3 Espacio fase de soluciones

Veamos algunos ejemplos en el espacio fase de soluciones.

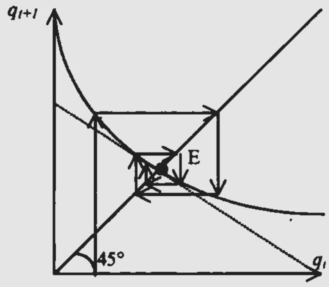


Figura 1. Estable

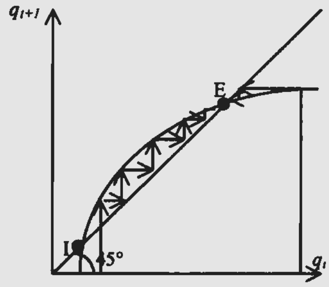


Figura 2. I inestable, E estable

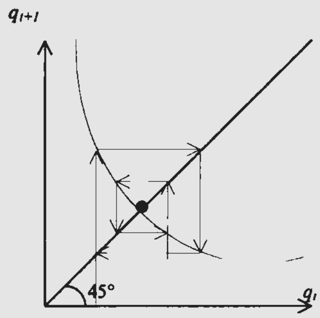


Figura 3. Periódica

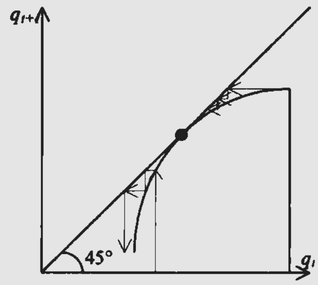


Figura 4. Inestable por la

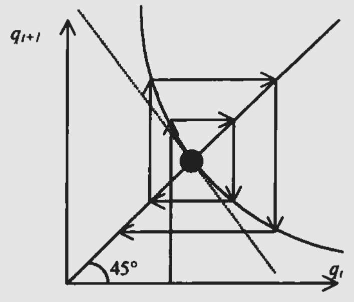


Figura 5. Inestable

La figura 1 representa el caso típico d
cumplen las hipótesis de la proposición; la elast
tenemos dos puntos estacionarios: I inestable
absoluto de la elasticidad es mayor que 1, mient
En la figura 3, se tienen trayectorias oscil
elasticidades iguales a uno. Tenemos que $q_j^m($
repitiéndose para los periodos impares y pares
un punto estacionario de multiplicidad dos, qu
menos uno; partiendo de una condición inicia
siempre se llegará al punto estacionario, mientr
condición inicial a la izquierda. La figura 5 co
que uno; la trayectoria es oscilante y divergente.

5. Gravitación y costos en Richard Cantillon

Richard Cantillon afirma que si la cantidad lle
requerimientos de los consumidores q_j^*, se deter
al valor intrínseco τ_j. Esto implica que la renta

no es suficiente para pagar la renta fijada por los propietarios R_j^d. Para que el sistema siga funcionando se propone una condonación y se reinicia un nuevo periodo de producción $t+1$. Los productores tendrán mayor cuidado con la cantidad a producir, de modo que se reduce la cantidad a producir, se invierten las desigualdades y continúa el proceso.

En esta parte, se propone formalizar estás afirmaciones incluyendo explícitamente los costos. En el sistema que se propone, las cantidades a producir son función de la diferencia entre la renta que pueden y la que deben pagar, donde ésta diferencia depende explícitamente de los costos y de la relación entre el precio de mercado y el valor intrínseco. La conclusión es que si el costo unitario es dos terceras partes del valor intrínseco, el precio de mercado puede converger al valor intrínseco. Pero si el costo se desvía de esta cantidad, entonces el precio de mercado –en caso de convergencia- tiende a un valor intrinseco distinto del inicial. Esto depende, entre otras cuestiones de los costos.

Las siguientes son hipótesis que se utilizan: (1) existen *N* mercancías, (2) una técnica para realizar la producción, la cual permanece fija, (3) los precios de mercado se forman con la regla Cantillon-Smith, (4) la renta que deben pagar los arrendatarios a los propietarios es una tercera parte el valor del producto.

La renta que pueden pagar los arrendatarios a los propietarios se obtiene con la diferencia de los ingresos menos los costos: $R_j^p(t) = q_j^m(t)p_j^m(t) - q_j^m(t)c_j(t)$; aquí q_j^m y $c_j(t)$ representan la cantidad llevada al mercado y el costo por producir una unidad de la mercancía *j*. Por otro lado, la renta que se debe pagar es una tercera parte del valor del producto: $R_j^d(t) = \frac{1}{3}q_j^m(t)\tau_j$. De aquí, se infiere que:

$$R_j^p(t) - R_j^d(t) = q_j^m(t)(p_j^m(t) - c_j(t) - \frac{1}{3}\tau_j) \qquad \text{(II.41)}$$

La siguiente proposición establece las condiciones para que puedan o no pagar los arrendatarios a los propietarios su renta establecida. Esto depende de la diferencia

del precio de mercado con el valor intrínseco y
terceras partes del valor intrínseco.

Proposición

Supongamos $q_j^m(t) > 0$.

(1) Si $p_j^m(t) \geq \tau_j$ y $c_j(t) \leq \frac{2}{3}\tau_j \Rightarrow R_j^p($

La igualdad en las hipótesis implica ig
estricta es válida en la conclusión, si ésta se cu
de la hipótesis.

(2) Si $p_j^m(t) < \tau_j$ y $c_j(t) > \frac{2}{3}\tau_j \Rightarrow R_j^p($

Un comentario antes de la demostraci
afirma que si el precio de mercado es mayor o i
unitarios son menores o iguales a dos terceras
arrendatarios tienen una renta neta que excede
similar es para la parte dos de la proposición.

Demostración:

(1) Sin pérdida de generalidad, partimos

$$\Rightarrow \quad p_j^m(t) - \tau_j + \frac{2}{3}\tau_j - c_j(t) > 0$$

$$\Rightarrow \quad p_j^m(t) - \frac{1}{3}\tau_j - c_j(t) > 0$$

Para cualquier $q_j^m(t) > 0$, se tiene que q

Pero:

$$R_j^p(t) - R_j^d(t) = q_j^m(t)(p_j^m(t) - \frac{1}{3}\tau_j - c_j($$

Si cambiamos las desigualdades, se obtie

En el caso que no se cumplan las hipótesis, no se puede afirmar nada, es decir, pueden ocurrir situaciones donde el precio de mercado exceda al valor intrínseco, pero con un costo superior a dos terceras partes del valor intrínseco y la renta que pueden pagar puede ser inferior o superior al pago que deben percibir los terratenientes.

De (II.13), se desprende que la cantidad llevada al mercado para el siguiente periodo depende de la diferencia entre lo que se puede pagar y lo que se debe pagar, es decir:

$$q_j^m(t+1) - q_j^* = \varphi_j(R_j^p(t) - R_j^d(t)) \qquad \text{(II.42)}$$

La dinámica generada por (II.11-13), aplicando (II.41) y (II.16), se establece con el siguiente sistema:

$$p_j^m(t) = \frac{q_j^*}{q_j^m(t)}\tau_j \qquad \text{(II.43)}$$

$$R_j^p(t) - R_j^d(t) = q_j^*\tau_j - q_j^m(t)(c_j(t) + \frac{1}{3}\tau_j) \qquad \text{(II.44)}$$

$$q_j^m(t+1) - q_j^* = B_j(R_j^p(t) - R_j^d(t)), \text{ donde } B_j > 0 \text{ para toda } j \qquad \text{(II.45)}$$

En este sistema económico, el precio de mercado se forma con la regla de Cantillon (II.43); la diferencia entre lo que pueden y deben pagar los arrendatarios depende del precio de mercado, el valor intrínseco y los costos (II.44); la cantidad a producir para el siguiente periodo depende de la diferencia entre lo que se puede y debe pagar (II.45). Aquí, φ_j preserva el signo del argumento.

Por ejemplo, si lo llevado al mercado $q_j^m(t)$ es superior a los requerimientos de los consumidores q_j^*, se tiene un precio de mercado $p_j^m(t)$ inferior al valor intrínseco τ_j. En caso de que los costos unitarios $c_j(t)$ superen las dos terceras partes del valor intrínseco, entonces la renta que pueden pagar los arrendatarios no alcanza y como la función φ_j preserva el signo del argumento, los productores reducirán la producción para el siguiente periodo.

Un caso particular es cuando lo l
requerimientos: los precios de mercado coinc
$c_j(t) = (2/3)\tau_j$, entonces:

$$R_j^d(t) = R_j^p(t) \text{ y } q_j^m(t+1) = q_j^*$$

Analicemos la dinámica que se genera s
función $\varphi_j = B(R_j^p(t) - R_j^d(t))$. En este caso, l
siguiente ecuación:

$$q_j^m(t+1) + B(c_j + \frac{1}{3}\tau_j)q_j^m(\mathrm{t}) = q_j^*(B\tau_j$$

La solución general de (II.47) es:

$$q_j^m(t) = \left(q_o - \frac{(1+B\tau_j)q_j^*}{1+B(c_j+(1/3)\tau_j)}\right)\left(-B(c_j\right.$$

Proposición

Si $|B(c_j + (1/3)\tau_j)| < 1$ entonces $\lim_{t\to\infty} q_j$

En el caso particular $c_j(t) = \frac{2}{3}\tau_j$, obtene

$$q_j^m(t+1) + B\tau_j q_j^m(\mathrm{t}) = q_j^*(B\tau_j + 1)$$

Cuya solución general es:

$$q_j^m(t) = (q_o - q_j^*)(-$$

En este caso:

Si $|B\tau_j| < 1$ entonces $\lim_{t\to\infty} q_j^m(t) = q_j^*$ y $\lim_{t\to\infty} p_j^m(t) = \tau_j$.

Para el caso más general, se tiene la siguiente proposición:

Proposición. Sea $B > 0$

(1) Si $c_j > \frac{2}{3}\tau_j$ y $|B(c_j + (1/3)\tau_j)| < 1$ entonces

$$\lim_{t\to\infty} p_j^m(t) = \frac{1+B(c_j+(1/3)\tau_j)}{1+B\tau_j}\tau_j > \tau_j \text{ y, } \lim_{t\to\infty} q_j^m(t) = \frac{(1+B\tau_j)}{1+B(c_j+(1/3)\tau_j)}q_j^* < q_j^*$$

(2) Si $c_j < \frac{2}{3}\tau_j$, $|B(c_j + (1/3)\tau_j)| < 1$, entonces,

$$\lim_{t\to\infty} p_j^m(t) = \frac{1+B(c_j+(1/3)\tau_j)}{1+B\tau_j}\tau_j < \tau_j \text{ y } \lim_{t\to\infty} q_j^m(t) = \frac{(1+B\tau_j)}{1+B(c_j+(1/3)\tau_j)}q_j^* > q_j^*$$

Demostración

(1) Si $c_j > \frac{2}{3}\tau_j$ entonces $c_j + \frac{1}{3}\tau_j > \tau_j$. Se multiplica por $B>0$ y se suma 1 a ambos lados:

$1+B(c_j + \frac{1}{3}\tau_j) > 1+B\tau_j$. Por lo cual $\frac{1+B(c_j+(1/3)\tau_j)}{1+B\tau_j} > 1$.

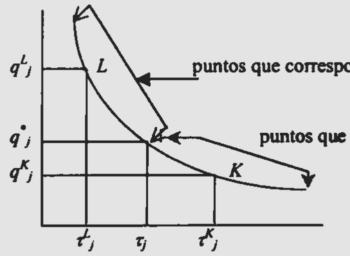
Además, como $|B(c_j + (1/3)\tau_j)| < 1$ y $p_j^m(t) = \frac{q_j^*}{q_j^m(t)}\tau_j$, entonces

$$q_j^m(t) \to \frac{(1+B\tau_j)}{1+B(c_j+(1/3)\tau_j)}q_j^* < q_j^* \text{ y } p_j^m(t) \to \frac{1+B(c_j+(1/3)\tau_j)}{1+B\tau_j}\tau_j > \tau_j$$

La demostración de la segunda parte se hace de manera análoga.

La primera parte de la proposición af
terceras partes del valor intrínseco (si el precio d
intrínseco superior a τ_j.

Un análisis gráfico nos muestra los
convergencia de los precios y cantidades.



En el punto $I = (\tau_j, q^*_j)$, los costos s
corresponden a puntos de convergencia con c_j >
$= (\tau^L_j, q^L_j)$, se tiene $c_j < (2/3)\tau_j$. Observemos que
(1) y (2) de la proposición anterior, respectivam

La condición de convergencia es $|B(c_j$ +
intrínseco y los costos dados, esta condición só
identifica con la reacción que tiene el conjunto
renta que se puede y debe pagar. Es decir, h
acotada por $1/(c_j + (1/3)\tau_j)$.

En el sistema dinámico propuesto, el pre
de Cantillon: si se lleva al mercado una cantidad
de la sociedad, el precio de mercado será sup
general, el precio de mercado converge a otr
intrínseco inicial. Sólo converge al valor intrí
costos correspondan a dos terceras partes del val

Conclusiones

Este capítulo muestra que el estudio de autores antiguos como Ricardo Cantillon no es sólo una cuestión de historia del pensamiento económico, este autor realiza afirmaciones cuyo análisis formal puede ayudar a la comprensión de una economía competitiva.

1. La formalización que se ha realizado en este capítulo para Cantillon muestra la incorporación de la formación de precios de mercado en cada etapa del desequilibrio, lo cual está ausente en la literatura. Este aspecto, aunado con un ajuste a través de la renta, da pie para el estudio dinámico y para explicar bajo qué condiciones los precios de mercado pueden alcanzar una posición estacionaria.

2. Se muestra que para determinar los valores intrínsecos es necesaria una matriz de consumo de subsistencia. Con esta matriz, se construye una teoría del valor-tierra consistente con la concepción de Cantillon.

3. Hemos probado que -a falta de indicaciones en Cantillon sobre la determinación del gasto en el proceso de ajuste- es posible determinar el gasto social para la compra de un bien, a través de una cantidad "natural" que ajusta el consumo, evaluada al valor intrínseco. Al relacionar este gasto con la cantidad llevada al mercado, se forma un precio en el mercado cuya diferencia con el valor intrínseco induce relaciones entre la renta que pueden pagar y deben pagar los arrendatarios.

4. Hemos probado que la condición de convergencia depende de la reacción de los productores ante los cambios en los precios. En este punto, lo realizado se asemeja a las condiciones de estabilidad que se obtienen en las formalizaciones de Duménil-Lévy y Kubin –analizadas en capítulo 1 de esta tesis- que basan la convergencia de los precios corrientes a los precios de producción en coeficientes de reacción o adaptación y no en condiciones técnicas como lo hacen Boggio y Nikaido. Pero a difer
presenta una variación de precios, aquí e
de precios de mercado en cada etapa.

5. Cantillon afirmaba que tanto una econo
por un latifundista obtienen los mismo
proposición es válida sólo en el caso d
relación con los precios es menor que un

6. Hemos mostrado que, al considerar ex
renta, la convergencia del precio de me
en el caso particular de que los cos
intrínseco.

Un punto a desarrollar, es tratar la for
interdependencia general, debido a que todo
equilibrio parcial.

CAPÍTULO III

SMITH: MERCADO Y GRAVITACIÓN

Introducción

En la concepción de Smith, el mercado funciona de tal manera que los precios de mercado gravitan alrededor de los precios naturales a través de un proceso de ajuste de cantidades en función de las tasas de ganancia. En Smith se presentan dos problemas importantes sobre la proposición de gravitación. El primero consiste en realizar su reconstitución lógica sobre la base de indicaciones presentes en su propia obra. El segundo consiste en realizar su formalización en términos modernos, lo cual implica establecer las condiciones para su validez. El presente capítulo aborda estos dos problemas y tiene por objetivo proponer un sistema dinámico que formaliza el ajuste de cantidades en función de las tasas de ganancia, donde se incorpora la formación de precios de mercado en cada periodo y se establecen las condiciones necesarias para que los precios de mercado converjan a los precios naturales. Semejante a Cantillon, quien afirma que los precios de mercado convergen a los valores intrínsecos respectivos, Smith afirma que los precios de mercado convergen hacia los precios naturales.

Las características más importantes del sistema propuesto en este capítulo son las siguientes. En cada periodo, el precio de mercado se forma por medio de la regla Cantillon-Smith, se muestra que para cada rama, la tasa de ganancia es afectada por los precios de mercado de todos los sectores. Así, la cantidad que se lleva al mercado para el periodo siguiente no depende sólo de lo que ocurra en su propia rama. También, se prueba que la relación entre precios y tasas de ganancia es afectada por los costos de reposición, los cuales tienen un papel importante.

La formalización de ajuste que se propo
trabajos realizados por Benetti [1979, 1981].
Benetti [1979], desarrolla un examen exhaustiv
presente en Smith. Tiempo después, [1981],
enfoque el mismo problema. Más adelante r
momento cabe destacar que en ambos trabajos s
que reconstituyen la gravitación de los precios
evolución de cada una de las ramas de la econor
equilibrio parcial. El objetivo de este capítulo s
de cantidades realizado por Benetti se genera
características descritas anteriormente.

Para lograr el objetivo propuesto, el
secciones. En la primera, se plantea la propos
mercado realizada por Smith; esto cobra impor
el pasaje presente en Smith que se pretende forn
de gravitación. En la segunda sección, se retoma
reconstruir el concepto de mercado smithiano
gravitación; se pone atención especial en las
trabajos mencionados arriba. En la tercera sec
formalizaciones. En la cuarta, se presenta una d
tesis, que consiste en proponer un sistema dinám
realizado por Benetti, donde se muestra la interre
la sección quinta, se muestra un ejemplo numér
sección cuarta. La sección sexta se dedica a est
ganancia y cantidades. Por último, en la sección
de las cantidades en función de las tasas de gana
tasas de ganancia determinan las tasas de cre
sección se muestra la condición de estabilidad pa

1. Planteamiento del mercado y la gravitación en Adam Smith

En el Capítulo VII de *La Riqueza de las Naciones*, Smith indica que el precio natural de un bien se forma a partir de tres tasas naturales: salario, beneficio y renta, las cuales, afirma, existen en cada comarca o región. El mismo autor define el precio de mercado como "el precio efectivo a que corrientemente se venden las mercancías" (pág. 55). Más adelante, Smith plantea una regla para la formación de los precios de mercado: "El precio de mercado de cada mercancía en particular se regula por la proporción entre la cantidad de ésta que realmente se lleva al mercado y la demanda de quienes están dispuestos a pagar el precio natural del artículo" (pág. 55). Esta regla fue planteada anteriormente por Cantillon y es la única disponible para los economistas clásicos y neoclásicos para formar los precios de mercado.

La demanda que se realiza a partir de un poder de compra, por medio del precio y la cantidad natural, es denominada por Smith "demanda efectiva"; consecutivamente plantea:

"Cuando la cantidad de una mercancía que se lleva al mercado es insuficiente para cubrir la demanda efectiva... el precio de mercado subirá más o menos sobre el precio natural. Si las remesas de mercancías llevadas al mercado exceden la demanda efectiva, alguna de sus partes se pagará por bajo de su tasa natural. Si la parte afectada es la renta de la tierra, los dueños de la tierra destinarán parte de sus tierras a producir otros artículos; si es el salario o beneficio, el interés de los trabajadores, en uno de los casos, y el de los patronos, en el otro, les inducirá a retirar rápidamente una parte de su trabajo o del capital de este empleado. De este modo, la cantidad que se ofrece en el mercado será, en poco tiempo, insuficiente para cubrir la demanda efectiva. El precio natural viene a ser, por esto, el precio central, alrededor del cual gravitan continuamente todas las mercancías" (Smith, pág. 56-57).

2. La reconstrucción formal de Benetti

La proposición de gravitación ha tenido una
escuelas del pensamiento económico.

Un primer problema que se presenta par
y la gravitación smithiana es explicar los tre
demanda efectiva y precio de mercado, a partir
Smith.

Un segundo problema es establecer las r
mercado con las naturales a partir de las in
respectivo estudio de las condiciones que pu
variables de mercado en torno a las naturales.

A continuación, señalaremos argumen
explicación satisfactoria de los conceptos men
presentes en Smith [1779]. También se explican
proponen para dichos conceptos, para así recon
autor mencionado desde un enfoque moderno.

El propósito no es desarrollar un análisis
reconstituir el planteamiento smithiano estableci
retoma lo realizado por Benetti. A continua
mencionados.

En los respectivos trabajos de Benetti, *S*
mercantile [1979] y "La question de la gravitati
des nations" [1981] se realiza un amplio est
económica smithiana, que incluye los problemas
particular, el proceso de mercado smithiano y
lógicas que reconstituyen el planteamiento sm
planteados se formaliza a través de sistemas di
evolución de la economía en cada rama. Ten

existencia de dos tipos de leyes; aquellas que rigen al mercado y otras que regulan las variables naturales. Las primeras toman como punto de referencia a las segundas; de la articulación de estas dos leyes, se obtiene el funcionamiento de mercado, lo cual se considera en la propuesta de Benetti.

Para el primer problema, es decir, la determinación del precio natural, es necesario determinar en cada mercado tres tasas: la tasa de ganancia, salario y renta naturales, las cuales, afirma Smith, existen para cada estadio de la sociedad. Un estadio de la sociedad, para Smith, queda caracterizado por determinadas leyes de acumulación y población.

Los estudios realizados por Benetti en los trabajos mencionados muestran que Smith no proporciona ninguna explicación lógica y consistente acerca de las tasas naturales -renta, salario y beneficio- y concluye que tampoco se realiza una explicación de cómo se relacionan formalmente estas tres tasas para formar el respectivo precio natural. Para resolver este problema desde el marco de la escuela clásica, Benetti propone dos caminos a seguir. El primero fue iniciado por Ricardo y formalizado por Sraffa, quien establece los elementos necesarios para la determinación de estas variables a través de la teoría de los precios de producción. Esto es pertinente, ya que Ricardo acepta el análisis de Smith sobre precios naturales, al cual agrega el capital financiero. En el segundo camino, los precios naturales se proponen fuera de los precios de producción. En ambas situaciones, la renta se deja de lado.

Resuelto el problema de la determinación de las variables naturales y del respectivo precio por cualquiera de las dos maneras propuestas por Benetti, queda pendiente clarificar el concepto de demanda efectiva en el marco de esta reconstrucción. Veamos este aspecto.

En ambos trabajos, Benetti retoma la concepción smithiana de demanda efectiva como el poder de compra que se determina con anterioridad al proceso de mercado, sobre la base de las variables naturales. Conocidas las variables naturales, se puede calcular la demanda efectiva, que se mantiene inalterada durante el proceso de ajuste. Al no existir en Smith indicaciones suficientes para explicar su concepción de mercado, Benetti muestra que la determinación de la demanda efectiva presupone una armonía natural P_i^{n*}. En otras palabras, en caso de convergencia de los precios naturales P_{it}^n, se acercan tanto como se quiera a P_i^{n*}. Es decir, P_i^{n*} sólo se alcanza al final del proceso de gravitación.[43]

Veamos como se aborda el concepto de la demanda efectiva y del precio de mercado en Benetti [1981]. En el proceso de ajuste, sin cambiar el nivel natural de los salarios y de las ganancias, el nivel de riqueza también es constante; el ingreso definido así se denomina ingreso natural R^n. La demanda efectiva, entonces, se expresa como $D_i = \varphi_i R^n$. El problema consiste en determinar el vector cuyas componentes son φ_i. Benetti afirma que "las magnitudes $\varphi_i R^n$ no son susceptibles de ser conocidas de otra manera que como datos arbitrarios fijados, sobre la base de los cuales se desarrolla el proceso de mercado" (pág. 20). Se plantea: "la demanda efectiva D_i define una cantidad de poder de compra efectivamente presente en el mercado considerado, al cual está confrontada la cantidad que es llevada allí Q_i^o. Sea la ecuación de intercambio realizado: $Q_i^o P_i^m = D_i$" (pág. 16), (donde P_i^m es el precio de mercado del bien i). Esta ecuación determina un lugar geométrico denominado "curva de gasto natural" (pág. 16).

En suma, Benetti propone dos maneras de establecer la demanda efectiva. La primera, donde asocia el precio natural con que se obtiene en la teoría de precios de Ricardo-Sraffa, formalmente: $D_i^e = Q_i^n P_i^n$. La segunda considera que, para un estadio de la sociedad determinado, existe un nivel de salario y beneficio natural, que conforma un ingreso natural R^n. En este caso, la demanda efectiva es proporcional al ingreso natural, es decir, $D_i^e = \varphi_i R^n = C_i$. Para ambos, casos la demanda efectiva se considera constante durante el proceso de ajuste. El poder de compra formado por cualquiera de las dos maneras descritas debe estar efectivamente presente en el mercado.

En los dos trabajos respectivos de Benetti, mencionados arriba, el precio de mercado se forma por la relación de la demanda efectiva y la cantidad presente en el

---

[43] El precio de mercado P_i^m para la cantidad llevada al mercado Q_i^m cumple. $P_i^m Q_i^m = D_i$ El precio natural asociado a la cantidad llevada al mercado es $Q_i^m P_i^n = (1+r^n)w^n L_{Q_i^m} = g(Q_i^m)$ La cantidad natural es la única solución Q_i^m de $g(Q_i^m) = D_i$. La cantidad natural es tal que el precio de mercado coincide con el natural. Con el conocimiento de r^n y w^n, se obtiene el precio natural.

mercado, lo cual se desprende de las indicaci
sección uno de este capítulo, resulta así la siguie

$$P_i^m = \frac{D_i^e}{Q_i^m}$$

el término Q_i^m expresa la cantidad de la mercan

Así, Benetti propone tres formalizacion
una reconstrucción de las conexiones lógicas
Smith. En primer lugar, la determinación de lo
de ganancia y salariales. En segundo lugar, la
sobre la base del respectivo precio natural y, en
mercado.

Cabe resaltar que los pivotes del proces
son sólo los precios naturales y las cantida
ganancia y salariales. Pero al fijarse la tasa salar
de ganancia.

En los dos trabajos mencionados, Benet
constantes. Como las cantidades llevadas al mer
del precio de mercado, plantea que dicha hipóte
Además, agrega que tal hipótesis no es pertinen
la noción de producción no está definida (Benett

El segundo problema que se había me
establecer las relaciones entre las variables d
indicaciones de Smith, las cuales hemos prese
Estas relaciones tienen que reflejar el funciona
para estudiar las condiciones bajo las cuales el p
precio natural. Benetti propone dos soluciones f
origen en los dos trabajos mencionados y que di

natural y la demanda efectiva. Estas formalizaciones se presentan en el cuadro siguiente:

Modelo 1	Modelo 2
$Q_i^m(t)P_i^m(t) = Q_i^n P_i^n$ (III.3)	$P_i^m(t)Q_i^o(t) = D_i^e$ (III.6)
$r_i^m(t) - r^n = \alpha_i(t)(P_i^m(t) - P_i^n)$ (III.4)	$Q_i^o(t)P_i^n(t) = (1+r^n)w^n L_{Q_i^o(t)}$ (III.7)
$Q_i^m(t+1) - Q_i^n = \frac{1}{\beta_i(t)}(r_i^m(t) - r^n)$ (III.5)	$r_i^m(t) - r^n = \alpha_i(t)(P_i^m(t) - P_i^n(t))$ (III.8)
	$Q_i^m(t+1) - Q_i^n = \frac{1}{\beta_i(t)}(r_i^m(t) - r^n)$ (III.9)

3. Explicación de los modelos

Pasaremos a explicar que en efecto, cada uno de estos sistemas dinámicos retoma las indicaciones señaladas por Smith, además se establecerán las condiciones necesarias para que los precios formados en el mercado converjan alrededor de los precios naturales o de producción.

3.1 Sistema dinámico uno

Hipótesis y funcionamiento

(1) La economía consta de N mercancías, cada una de ellas es producida por las mismas mercancías; esto significa que la producción es un proceso circular.

(2) Las condiciones de producción están dadas, esto quiere decir que se conocen las cantidades de las diversas mercancías que se utilizan como insumos para obtener las cantidades naturales Q_1^n, Q_2^n,...,Q_N^n. Los insumos se agrupan en un arreglo cuadrado de números de tamaño NxN y se representa por la matriz cuadrada A, que permanece fija.

(3) Los bienes salarios se consideran parte de los medios de producción.

(4) Se supone que cada mercancía se util
producción de cada una de las restantes.

(5) Todo el capital es circulante.

(6) Se supone que se produce un exceden

(7) El periodo de producción es el r
mercancías.

El análisis se realiza para el sector i y c
precios naturales P^n se obtienen con el método p
de Ricardo. Las hipótesis realizadas garantiza
producción con entradas positivas y una ta
Determinado el precio natural P_i^n para cada me
D_i como el producto del precio natural y la ca
productores, cuyas decisiones se tomaron de ma
cantidad Q_i^m. Se forma así el precio de mercad
Smith. Esto se describe en la ecuación (III.3).

En (III.4), se establece formalmente la re
de ganancia; específicamente para el periodo t s
de la tasa de ganancia de mercado y natural con
y natural. Para el caso $\alpha_i > 0$, se tiene una rel
ganancia. No se descarta la posibilidad de $\alpha_i < 0$
una situación del siguiente tipo: un precio de m
tasa de ganancia de mercado superior a la natur
costos de reposición afectan el signo de α_i.

De nueva cuenta, la ecuación (III.5) se de
es una ecuación que determina la cantidad a
interpreta como el coeficiente de reacción de lo

ganancia. En este modelo, tampoco se descarta una β_i negativa, lo cual significa que aún si la tasa de ganancia es superior a la natural, no implica un aumento de la cantidad llevada al mercado para el próximo periodo, debido a que pueden existir otras ramas con tasas de ganancia superiores y los capitales fluyen hacia esas ramas. β_i es el elemento importante para describir el flujo de capitales de una rama a otra.

3.2 Sistema dinámico dos

Hipótesis y funcionamiento

En el sistema, existen N mercancías. No se hacen explicitas las condiciones de producción. Supongamos que un estadio de la sociedad está caracterizado por determinados niveles de acumulación y población y le corresponde la tasa de ganancia y salario natural r^n y w^n respectivamente. Esto genera un ingreso natural $\varphi_i R^n$, que se asocia con un poder de compra vinculado con la demanda efectiva $D_i = \varphi_i R^n$, fija durante el proceso de ajuste. $Q_i^o(t)$ es la cantidad de la mercancía i presente en el mercado en t, formada por las aportaciones individuales de los productores. $L_{Q_i^o(t)}$ indica el trabajo requerido para producir dicha cantidad. Todos estos datos son conocidos en los diversos periodos.

El precio natural se determina, en cada periodo, bajo la consideración de que un estadio de la sociedad se caracteriza por un nivel de acumulación y población al cual le corresponden las tasas de ganancia y salariales r^n y w^n respectivamente, establecidas exógenamente. Aunado al conocimiento de $L_{Q_i^o(t)}$ y la ecuación (III.7) se forma el precio natural del periodo t. La misma ecuación (III.7) se escribe como $P_i^n(t)$ = $g_i^n(Q_i^o(t))/\ Q_i^o(t)$, donde $g_i^n(Q_i^o(t))$ = $(1 + r^n)w^n L_{Q_i^o(t)}$.

Observemos que para formar $P_i^m(t)$ nec

el mercado $Q_i^o(t)$ y la demanda efectiva; mi

$L_{Q_i^o(t)}$.

Como (III.8) es igual a (III.4), se tien

representa la evolución de la tasa de ganancia

precios.

En (III.9), se calcula $Q_i^m(t+1)$ y para

natural. Benetti define la cantidad natural de la

natural Q_i^n a la cantidad llevada al mercado par

precio de mercado y el precio natural" (pág. 28)

Veamos como podemos determinar

existencia de la cantidad natural Q_i^n y que esta

se cumple para cualquier cantidad presente en

tiene:

$$(p_i^m(t))^* Q_i^n = D_i^e$$

Se utiliza el superíndice * para identificar "el pr

Pero por (III.7), el "precio natural" asociado a Q

$$(P_i^n)^* = \frac{g_i^n(Q_i^n)}{Q_i^n}$$

donde $g_i^n(Q_i^n) = (1 + r^n)\ w^n L_{Q_i^n}$.

De otra manera, $(P_i^n)^* Q_i^n\ =\ g_i^n(Q_i^n)$.

Por definición, la cantidad natural es tal que los precios de mercado y natural coinciden, es decir, $(P_i^m(t))^* = (P_i^n)^*$. Entonces, por (III.10-11):

$$g_i^n(Q_i^n) = D_i^e \qquad \text{(III.12)}$$

Esto prueba que la cantidad natural, cuya existencia se supone al inicio de este argumento, se obtiene con la existencia de un Q_i^n que satisfaga la última igualdad. Esto se garantiza si g_i^n es estrictamente creciente, no-acotada y derivable; bajo estas condiciones, la cantidad es única, Benetti denota como P_i^{n*} el precio natural asociado a la cantidad natural.

Para este modelo, en caso de convergencia, los precios naturales del periodo t, $P_i^n(t)$ convergen a P_i^{n*}.

En resumen, para el modelo dos, al inicio de un periodo, se tienen conocidos las tasas r^n, w^n y D_i^e, que permanecen constantes a través del tiempo. Al ser $Q_i^o(t)$ la cantidad del bien i presente en el mercado, se obtiene el precio de mercado $P_i^m(t)$ y el precio natural $P_i^n(t)$ correspondientes a las ecuaciones (III.6) y (III.7). La ecuación (III.8) establece la relación entre tasas de ganancia y precios. Por último, (III.9) determina la cantidad a producir para el siguiente periodo considerando la tasa de ganancia.

Concluimos que las dos formalizaciones que presenta Benetti explican lógicamente el planteamiento realizado por Smith que se ha presentado en la sección uno de este capítulo.

3.3 Equilibrio y condiciones de estabilidad

En los dos sistemas anteriores, el equilibrio económico se define por la igualdad de los precios de mercado con los precios naturales, lo cual es equivalente a la uniformidad de la tasa de ganancia. En esta parte del trabajo, cuales se obtiene la convergencia de los precio que las condiciones de estabilidad son similare las condiciones para el primero.

Benetti [1981], muestra que la co convergencia en, el mercado i, se escribe como:

$$\left|\frac{\alpha_i(t)}{\beta_i(t)}\right| P_i^n < Q_i^n$$

Esta condición no depende de los signos de económico de esta condición, realizaremos el pr

La condición (III.13) es equivalente a:

$$\frac{|\alpha_i(t)|P_i^n}{r^n} < \frac{|\beta_i(t)|Q_i^n}{r^n}$$

Veamos cada lado de esta desigualdad. Del lado

$$\frac{|\alpha_i(t)|P_i^n}{r^n} = \frac{|\Delta r_i(t)|}{r^n} \,/\, \frac{|\Delta P_i(t)|}{P_i^n}$$

El lado derecho de (III.15) es el valor absoluto respecto al precio, denotamos esta elasticidad tiene:

$$\frac{|\beta_i(t)|Q_i^n}{r^n} = \frac{|\Delta r_i(t)|}{r^n} \,/\, \frac{|\Delta Q_i(t)|}{Q_i^n}$$

Similarmente, (III.16), es el valor absoluto de respecto a la cantidad, que se denota como $|E_{iQ}(r$

De lo anterior se desprende que (III.15) y (III-16), expresan la condición de convergencia en términos de elasticidades:

$$|E_{ip}(r)| < |E_{iQ}(r)| \qquad \text{(III.17)}$$

Es decir, si el valor absoluto de la elasticidad de la tasa de ganancia respecto al precio es inferior el valor absoluto de la elasticidad de la tasa de ganancia respecto a la cantidad, entonces, los precios de mercado convergen a los precios naturales.

La misma condición se expresa como:

$$\left| \frac{Q_i^m(t) - Q_i^n}{P_i^m(t) - P_i^n} \frac{P_i^n}{Q_i^n} \right| < 1 \qquad \text{(III.18)}$$

Así, también, la convergencia de los precios de mercado a los precios naturales se obtiene si el valor absoluto de la relación de las elasticidades de cantidades y precios es menor que uno.

En este punto, se han expuesto sucintamente los análisis, desarrollos y formalizaciones realizadas por Benetti sobre el tema. Ahora, se propone una formalización que generaliza este planteamiento.

4. Generalización de la formalización smithiana de Benetti

Los dos sistemas presentados arriba muestran el desarrollo dinámico de la economía a través del estudio del comportamiento evolutivo de cada mercado, donde no hay una influencia directa de un mercado sobre otro.

El propósito de esta sección es desarrollar un sistema donde se muestre la interrelación entre las ramas. Esta formalización trata de resolver los problemas señalados arriba: en primer lugar, llevar a cabo un análisis formal del funcionamiento de

la economía a partir de las indicaciones present
las condiciones para la convergencia de los p
muchos de los supuestos y procedimientos qu
pero con el fin de establecer claramente la forn
explicita.[44]

Hipótesis

Para determinar los precios naturales, l
realizan los siguientes supuestos:

(1) La economía consta de N ramas o bie

(2) Se supone que las condiciones de pro
$A_{2j},\dots,A_{Nj}$ a las cantidades utilizadas d
cantidad natural Q_j^n. La cantidad del bie
como medio de producción es inferior
capital fijo.

(3) El salario es igual al salario de su
producción.

(4) Se suponen rendimientos constantes.

(5) Todos los bienes se producen en el m

(6) El agente que toma las decisiones pri

[44] Esto lo considero pertinente debido a que una formaliza
para sus conclusiones.

Determinación de los precios naturales

La determinación de los precios naturales se realiza con el método de Sraffa. Los precios resultantes son de equilibrio (donde prevalece una tasa de ganancia uniforme) que se utilizan para determinar la demanda efectiva en cada mercado y, así, obtenemos un elemento importante para formar el precio de mercado. Después, pasaremos a establecer el sistema de ajuste. Veamos como se realiza esto.

El sistema de precios de producción es:

$$\begin{aligned}(P_1a_{11} + P_2a_{21} + ...+ P_Na_{N1})(1+r^n) &= P_1\\ (P_1a_{12} + P_2a_{22} + ...+ P_Na_{N2})(1+r^n) &= P_2\\ &\vdots\\ (P_1a_{1N} + P_2a_{2N} + ...+ P_Na_{NN})(1+r^n) &= P_N\end{aligned} \qquad \text{(III.19)}$$

donde $a_{ij} = \dfrac{A_{ij}}{Q_j^n}$ es la cantidad necesaria del bien i para producir una unidad del bien j. Si P es el vector renglón, que en su entrada i-ésima es P_i, se llega entonces a la ecuación matricial:

$$PA = \frac{1}{1+r^n}P \qquad \text{(III.20)}$$

Bajo las hipótesis usuales del teorema de Perron-Frobenius, existe un valor propio positivo $\lambda = (1/(1+r^n))$ e inferior a uno, que tiene asociado un vector renglón P^n de precios positivos, cuya componente i-ésima se denota con P_i^n. Se tienen así los principales elementos de un equilibrio económico clásico: un proceso circular de producción con condiciones de producción dadas y precios que reestablecen dichas condiciones, donde la tasa de ganancia es uniforme. Esta situación supone la igualdad de ofertas y demandas, debido a que prevalece la uniformidad de la tasa de ganancia. Por ello, no hay motivos para realizar movimientos de capitales.

Para formar el sistema de ajuste, es necesario que un agente centralice la información y calcule los precios de equilibrio y la tasa de ganancia correspondiente.

Además, debe difundir esta información entre
efectiva $D_i = P_i^n Q_i^n$ para cada bien.

Sistema de ajuste

La dinámica económica se estudia con el siguie

$$P_t^m = P^n[Q^n][Q_t^m]^{-1}$$

$$[r_t^m] - [r^n] = (P_t^m - P^n)[\alpha(t)]$$

$$\bar{1}'([Q_{t+1}^m] - [Q^n]) = ([r_t^m] - [r^n])[\beta(t)]^{-1}$$

Donde $[Q_{t+1}^m]$, $[Q^n]$, $[\alpha(t)]$, $[\beta(t)]$ son matri
componentes de la diagonal principal se denota
demás son vectores renglones con N entradas y $\bar{1}$
unos.

Pasaremos a explicar el significado econ

Al inicio del periodo t, el conjunto de los
y agregan sus cantidades y se forma la matriz
indica la cantidad Q_{ii}^m presente en dicho merc
bien i, $D_i = P_i^n Q_i^n$, el precio de mercado d
Cantillon-Smith, a través de la relación de la de
i presente en el mercado. Así, se determina el
transacciones. La formación de precios se plante

La ecuación (III.22), establece la relac
Smith señala una relación positiva entre estas
cantidad llevada al mercado es inferior (o supe
supera (es menor) al natural. Aquí, no se supone
estudia en la sección seis de este capítulo.

La ecuación (III.23) determina la matriz $[Q^m_{t+1}]$ de cantidades para el periodo $t+1$ en función de las tasas de ganancia. Un elemento importante para el análisis del comportamiento dinámico del sistema es la reacción de los productores a estas tasas de ganancia. La entrada $\beta_i(t)$ de la matriz diagonal $[\beta(t)]$ representa esta reacción en la rama i.

El equilibrio económico corresponde a una situación donde en cada mercado se tiene que $Q^m_{i(t+1)} = Q_i^n$, $P_i^m = P_i^n$ y $r_i^m = r^n$, es decir, lo llevado al mercado coincide con la cantidad natural, los precios de mercado son iguales a los precios naturales y la tasa de ganancia corriente coincide con la uniforme.

4.1 Desarrollo matemático del sistema

Con el fin de mostrar el funcionamiento del modelo se desarrolla el sistema (III.19). Para esto, se consideran las hipótesis establecidas en la presente sección de este capítulo. Partimos de que son conocidas las condiciones de producción, las cantidades naturales $Q_1^n, \ldots, Q_N^n$, la matriz A y se han determinado tanto el vector de precios naturales P^n, como la tasa de ganancia natural r^n.

La matriz diagonal de cantidades naturales es:

$$[Q^n] = \begin{pmatrix} Q_1^n \cdots 0 \\ \vdots \quad \cdots \vdots \\ 0 \quad \cdots Q_N^n \end{pmatrix} \qquad \text{(III.24)}$$

La demanda efectiva o poder de compra que se determina en cada mercado se obtiene multiplicando la cantidad natural por el precio natural:

$$DE = P^n\,[Q^n] = \left(P_1^n, \cdots, P_N^n\right)\begin{pmatrix} Q_1^n \cdots 0 \\ \vdots \quad \cdots \vdots \\ 0 \quad \cdots Q_N^n \end{pmatrix} = \left(P_1^n Q_1^n, \cdots, P_N^n Q_N^n\right) \qquad \text{(III.25)}$$

La demanda efectiva permanece constante dura

Las cantidades agregadas llevadas al m
por la matriz diagonal:

$$[Q_t^m] = \begin{pmatrix} Q_{1t}^m \cdots 0 \\ \vdots \quad \cdots \vdots \\ 0 \quad \cdots Q_{Nt}^m \end{pmatrix}$$

Aplicando la regla Cantillon-Smith para
t, se llega a:

$$P_t^m = \left(P_1^m, \cdots, P_N^m\right) = \left(P_1^n Q_1^n, \cdots, P_N^n Q_N^n\right)\begin{pmatrix} \frac{1}{Q_{1t}^m} \cdots 0 \\ \vdots \\ 0 \cdots \frac{1}{Q_{Nt}^m} \end{pmatrix}$$

Para el cálculo del vector renglón de tas
r_{it}^m en el periodo t, se procede como sigue: con
en dicho periodo y el precio de mercado, se ca
le descuentan los costos de reposición, se obtie
la relación de los beneficios y capital adela
Veamos como se realizan estos cálculos.

El vector renglón de ingresos Y_t en t e
mercado evaluadas al precio de mercado:

$$Y_t = P_t^m\,[Q_t^m] = P^n\,[Q^n] = DE$$

Esta igualdad se obtiene al aplicar (III.27). Se
de los precios y cantidades presentes en el m
demandas efectivas existente en cada rama.

Por otro lado, bajo la hipótesis de rendimientos constantes, el valor del capital o costos para producir Q_{jt}^{m} en la rama j es:

$$P_{1t}^{m}a_{1j}Q_{jt}^{m} + P_{2t}^{m}a_{2j}Q_{jt}^{m} + \ldots + P_{Nt}^{m}a_{Nj}Q_{jt}^{m}$$

que se denotara por C_{jt}. Escribimos el vector de costos como:

$$\begin{pmatrix} P_{1t}^{m}a_{11}Q_{1t}^{m} + P_{2t}^{m}a_{21}Q_{1t}^{m} + \cdots + P_{Nt}^{m}a_{N1}Q_{1t}^{m} \\ \vdots \\ P_{1t}^{m}a_{1N}Q_{Nt}^{m} + P_{2t}^{m}a_{2N}Q_{Nt}^{m} + \cdots + P_{Nt}^{m}a_{NN}Q_{Nt}^{m} \end{pmatrix} = DE\,[Q_t^{m}]^{-1} A\,[Q_t^{m}] \qquad \text{(III.29)}$$

Restando (III.29) de (III.28), se obtiene el vector de beneficios B_t en t:

$$B_t = DE[Q_t^{m}]^{-1}\,(\mathrm{I} - A)[Q^{m}] \qquad \text{(III.30)}$$

Por lo tanto, las tasas de beneficio en t se expresan por el vector:

$$[r_t^{m}] = DE\,[Q_t^{m}]^{-1}\,(\mathrm{I} - A)[Q^{m}]\,[C_t]^{-1} \qquad \text{(III.31)}$$

donde C_t es la matriz diagonal de costos en t,

$$C_t = \begin{pmatrix} C_{1t}\mathrm{L} & 0 \\ \mathrm{M} & \mathrm{L} & \mathrm{M} \\ 0 & \mathrm{L} & C_{Nt} \end{pmatrix} \qquad \text{(III.32)}$$

La ecuación (III.22), formaliza la evolución de la tasa de ganancia en función del precio de mercado y el precio natural. Se probará que esta relación es endógena.

El lado derecho de la ecuación (III.22) es igual a:

$$(P_t^{m} - P^{n}) = DE([Q_t^{m}]^{-1} - [Q^{n}]^{-1}) \qquad \text{(III.33)}$$

Si $[\alpha(t)]$ es la matriz diagonal:

$$\begin{pmatrix} \alpha_{1t} \cdots 0 \\ \vdots \;\cdots \vdots \\ 0 \;\cdots \alpha_{Nt} \end{pmatrix}$$

la misma ecuación (III.22), se reescribe como:

$$[r_t^{m}] - [r] = DE([Q_t^{m}]^{-1} - [[Q^{n}]]^{-1})\,[\alpha(t)]$$

Substituyendo (III.31) en (III35), se obtiene, de
Lo cual prueba que, la relación entre tasas de ga

Por último, utilizando (III.35), la ecuació

$$\mathrm{I}'([Q_{t+1}^{m}] - [Q^{n}]) = DE([Q_t^{m}]^{-1} - [[Q^{n}]]^{-1}$$

Al considerar la ecuación i-ésima de esta iguald

$$Q_{i(t+1)}^{m} - Q_i^{n} = \frac{\alpha_i(t)}{\beta_i(t)}\left(\frac{1}{Q_{it}^{m}} - \frac{1}{Q_i^{n}}\right)(DE_i)$$

La ecuación (III.37) muestra que la evoluci
comportamiento de las cantidades llevadas al me

Concluimos esta sección con lo siguient
mercado de cualquier rama, se forma en la r
(III.31), la tasa de ganancia de una rama es afec
que las cantidades para el periodo $t+1$ en (III.23
conjunto de la economía y no sólo por las variab
evolutivo de una rama depende de lo que ocur
radica la diferencia entre el sistema (III.21-22-
sistemas, la evolución de lo que ocurre en una

(III.35), se tiene que la relación de tasas de ganancia y precios depende principalmente de las cantidades llevadas al mercado.

4.2 Condición de estabilidad

La condición de estabilidad se establece con el siguiente teorema:

Teorema

En la rama i, si $\left|\frac{\alpha_i(t)}{\beta_i(t)}\right| P_i^n < Q_i^n$. (III.38)

Entonces, $\lim_{t \to \infty} P_{it}^m = P_i^n =$

Demostración: la demostración de esta proposición se encuentra en Benetti [1979, pág. 99-102].[45]

Corolario

Sea $\frac{Q_{min}}{P_{min}} = min\left\{\frac{Q_1^n}{P_1^n}, \frac{Q_2^n}{P_2^n}, \ldots, \frac{Q_N^n}{P_N^n}\right\}$

Si $\left|\frac{\alpha_i(t)}{\beta_i(t)}\right| < \frac{Q_{min}}{P_{min}}$ para toda $i = 1, 2, \ldots, N$

Entonces, $\lim_{t \to \infty} P_{jt}^m = P_j^n, j = 1, 2, \ldots, N$

Lo anterior muestra que las condiciones matemáticas y económicas establecidas para la convergencia de los precios, de la sección 3.1, de este capítulo se pueden aplicar al sistema (III.21), (III.22) y (III.23).

[45] La condición que plantea Benetti es $|a(t)| < b^2$, donde $a(t) = (\alpha_i(t)/\beta_i(t))C_i$, $b = Q_i^n$ y $C_i = P_i^n\ Q_i^n$ Al realizar las substituciones correspondientes, se llega a la condición que se plantea aquí.

5. Un ejemplo de dinámica

El siguiente ejemplo muestra el funcionamiento

INSUMOS DE TRIGO	INSUMOS HIERR
280 unidades	12 unidad
120 unidades	8 unidad

El primer renglón indica las unidades de trigo
unidades de trigo; lo mismo se indica en el seg
de hierro. En adelante, se identificará al trigo co

Tenemos que los precios naturales, la ta
naturales, las demandas efectivas y la matriz A s

$$(P_1^n, P_2^n) = (23, 12)$$

$$[r] = (¼, ¼)$$

$$[Q^n] = \begin{pmatrix} 575 & 0 \\ 0 & 20 \end{pmatrix}$$

$$DE = (13225, 240).$$

$$A = \begin{pmatrix} \frac{56}{115} & \frac{24}{115} \\ \frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

Sustituyendo (III.39-43) en (III.21), (III
ajuste:

$$P_t^m = (P_{1t}^m, P_{2t}^m) = \left(\frac{13225}{Q_{1t}^m}, \frac{240}{Q_{2t}^m}\right)$$

$$[r_t^m] - [r] = (P_t^m - P^n)[\alpha(t)]$$

$$1\ ([Q_{t+1}^m] - [Q^n]) = ([r_t^m] - [r])[\beta(t)]^{-1}$$

Las entradas de P_t^m - P^n y $[r_t^m] - [r]$ de (III.45) y (III.46), respectivamente, son:

$$P_{1t}^m - P_1^n = 23\,\frac{575 - Q_{1t}^m}{Q_{1t}^m} \qquad \text{(III.47)}$$

$$P_{2t}^m - P_2^n = 12\,\frac{20 - Q_{2t}^m}{Q_{2t}^m} \qquad \text{(III.48)}$$

$$r_1^m - \frac{1}{4} = \frac{45}{8}\;\frac{115Q_{2t}^m - 4Q_{1t}^m}{805Q_{2t}^m + 18Q_{1t}^m} \qquad \text{(III.49)}$$

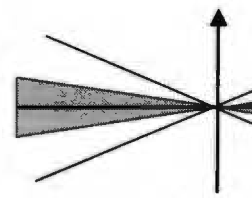
$$r_2^m - \frac{1}{4} = \frac{5}{4}\;\frac{4Q_{1t}^m - 115Q_{2t}^m}{4Q_{1t}^m + 115Q_{2t}^m} \qquad \text{(III.50)}$$

Se observa de (III.47) y (III.48), que, si $Q_{1t}^m > 575$ y $Q_{2t}^m > 20$, entonces $P_{1t}^m < P_1^n$ y $P_{2t}^m < P_2^n$. En caso contrario, se invierten las desigualdades. Para el segundo par de igualdades, (III.49) y (III.50), si $115Q_{2t}^m = 4Q_{1t}^m$, las tasas de ganancia se igualan. En otro caso, una será superior y la otra inferior a ¼.

Aplicando las condiciones de convergencia establecidas en (III.38), se tiene:

$$\left|\frac{\alpha_1(t)}{\beta_1(t)}\right| < 25 \quad \text{y} \quad \left|\frac{\alpha_2(t)}{\beta_2(t)}\right| < 1.6667 \qquad \text{(III.51)}$$

La región de convergencia se puede visualizar en el plano α-β. Esta región se localiza entre las rectas que tienen al eje α como bisectriz. La región para el mercado uno –líneas continuas- contiene a la segunda –líneas punteadas-; es decir, los productores de trigo tienen un margen de reacción más amplio que los productores de hierro.



Región de converg

6. Relaciones entre precios, tasas de gananc

Se tienen dos tipos de relaciones importantes. P
ganancia y los precios. Por otro, la de t
comportamiento de ambas depende la estabilida
respecto. Para la primera relación, se probará
papel importante. En la segunda relación, $\beta_i(t)$
los productores, se tienen situaciones más co
conjunto de las dos relaciones, observamos com

Relación entre tasas de ganancia y precios

De (III.22), se tiene:

$$\alpha_i(t) = \frac{r_i^m(t) - r_i^n}{P_i^m(t) - P_i^n}$$

donde $\alpha_i(t)$ es la relación entre la diferencia de
natural y la desviación del precio de mercado co

Recordemos que $\alpha_i(t)$ es endógeno par
matriz $[\beta(t-1)]$ se determina la matriz de cantida

los precios de mercado P_t^m. Con estos elementos, después de suponer rendimientos constantes, obtenemos la tasa de ganancia para la rama i:

$$r_{it}^m = \frac{P_{it}^m - P_t^m A^i}{P_t^m A^i} \qquad \text{(III.53)}$$

donde A^i es la columna i-ésima de la matriz A y $P_t^m A^i$ es el valor del capital evaluado a precios corrientes. Así, para el periodo t, la tasa de ganancia es endógena. Además, considerando (III.52) y (III.53), se observa que $\alpha_i(t)$ depende de los precios de mercado P_t^m.

Enseguida, veremos que el signo de $\alpha_i(t)$ depende de los costos de reposición de capital $P_t^m A^i$. La siguiente proposición establece las condiciones para que α_i sea positiva.

Proposición

(1) Si $Q_{it}^m > Q_i^n$ y $P_t^m A^i > P^n A^i$, entonces $\alpha_i(t) > 0$

(2) Si $Q_{it}^m < Q_i^n$ y $P_t^m A^i < P^n A^i$, entonces $\alpha_i(t) > 0$

Demostración

(1) Como $Q_{it}^m > Q_i^n$, entonces $\frac{1}{Q_i^n} > \frac{1}{Q_{it}^m}$; multiplicando cada lado por $Q_i^n P_i^n$, se llega a $P_i^n > P_{it}^m$, es decir, $P_{it}^m - P_i^n < 0$.

Por otro lado, $P_t^m A^i > P^n A^i$, implica que, $\frac{1}{P^n A^i} > \frac{1}{P_t^m A^i}$ y $-P^n A^i > -P_t^m A^i$, por lo que, $\frac{P_i^n - P^n A^i}{P^n A^i} > \frac{P_{it}^m - P_t^m A^i}{P_t^m A^i}$. Así, $r > r_{it}^m$, es decir, $r_{it}^m - r < 0$. Por tanto, concluimos que:

$$\alpha_i(t) = \frac{r_{it}^m - r}{P_{it}^m - P_i^n} > 0.$$

(2) Para el segundo caso, se aplican
desigualdades correspondientes se obtiene la de

En otras palabras, el primer caso de l
llevada al mercado excede a la natural y si
recuperación exceden a los naturales, entonces
inferior a la natural.

Existen otros dos casos:

(3) $Q_{it}^m > Q_i^n$ y $P_t^m A^i < P^n A_i$

(4) $Q_{it}^m < Q_i^n$ y $P_t^m A^i > P^n A^i$

El primer caso representa la situación d
superior a la natural, con costos de mercado sup
$- P_i^n < 0$, pero no se puede afirmar nada sobre l
$P_i^n - P^n A^i$ y $P_{it}^m - P_t^m A^i$, ya que pueden ocu
siguientes: (a) $P_i^n - P^n A^i > P_{it}^m - P_t^m A^i$ ó (b) P_i
de $\alpha_i(t)$ puede ser positivo o negativo.

Relación entre tasas de ganancia y cantidades

De (III.23) se tiene:

$$\beta_i(t) = \frac{r_i^m(t) - r_i^n}{Q_i^m(t+1) - Q_i^n}$$

Así que $\beta_i(t)$ determina la relación entre las tasa
cerca esta relación. De la ecuación (III.23), se de
necesarios $r_i^m(t) - r_i^n$ y $\beta_i(t)$. A diferencia de $\alpha_i(t)$

donde lo que pasa en la economía afecta a cualquier rama, $\beta_i(t)$ de (III.23) no es un elemento endógeno, ya que no se determinan en términos de los otros datos del mismo periodo. El coeficiente de reacción β_i nos indica la manera en que se comportan las cantidades para el próximo periodo en relación a las tasas de ganancia del periodo t. β_i no puede ser cualquiera. En particular, la cantidad llevada al mercado debe estar acotada por la cantidad de capital disponible y el capital necesario para obtener .

Análisis de la relación entre tasas de ganancia y cantidades

A continuación, se presenta un resumen de las relaciones lógicas para α y β, la lista es la siguiente:

(I) $\alpha_i > 0, \beta_i > 0$
(1) $P_i^m(t) - P_i^n > 0,\ r_i^m(t) - r^n > 0,\ Q_i^m(t+1) - Q_i^n > 0$
(2) $P_i^m(t) - P_i^n < 0,\ r_i^m(t) - r^n < 0,\ Q_i^m(t+1) - Q_i^n < 0$

(II) $\alpha_i > 0, \beta_i < 0$
(1) $P_i^m(t) - P_i^n > 0,\ r_i^m(t) - r^n > 0,\ Q_i^m(t+1) - Q_i^n < 0$
(2) $P_i^m(t) - P_i^n < 0,\ r_i^m(t) - r^n < 0,\ Q_i^m(t+1) - Q_i^n > 0$

(III) $\alpha_i < 0, \beta_i > 0$
(1) $P_i^m(t) - P_i^n > 0,\ r_i^m(t) - r^n < 0,\ Q_i^m(t+1) - Q_i^n < 0$
(2) $P_i^m(t) - P_i^n < 0,\ r_i^m(t) - r^n > 0,\ Q_i^m(t+1) - Q_i^n > 0$

(IV) $\alpha_i < 0, \beta_i < 0$
(1) $P_i^m(t) - P_i^n > 0,\ r_i^m(t) - r^n < 0,\ Q_i^m(t+1) - Q_i^n > 0$
(2) $P_i^m(t) - P_i^n < 0,\ r_i^m(t) - r^n > 0,\ Q_i^m(t+1) - Q_i^n < 0$

Cada uno de los casos corresponde a alguna situación económica. Por ejemplo, el caso (IV-2) implica que el precio de mercado es menor que el natural, que induce una tasa de ganancia de mercado superior a la natural y una disminución en la producción para el periodo $t+1$ en relación con la natural.

Smith sólo estudia el caso donde $\alpha_i(t)$ y
(III.21), (III.22) y (III.23), las relaciones posib
dinámicas posibles. Esto se ejemplifica con los

(a) $Q_{it}^m > Q_i^n \Rightarrow P_{it}^m < P_i^n$; si $P_t^m A^i > P$
(b) $Q_{it}^m > Q_i^n \Rightarrow P_{it}^m < P_i^n$; si $P_t^m A_i > P$

Por ejemplo, en (a), se presenta un caso
lo llevado al mercado supera a la cantidad nat
por abajo del natural. Si se hace la hipótesis d
los costos naturales, entonces se obtiene una t
natural, es decir, se tiene $\alpha_i(t) > 0$. Además, si
misma dirección que la tasa de ganancia, la
inferior a la natural.

En el caso del ejemplo (b), se pued
situación; es decir, ¿porqué se puede tener un α
existe una rama j tal que $r_{jt}^m < r_{it}^m < r^n$ y ello h
a la rama i. Aunque la salida de capitales se
hacia la rama i superior a las que salen. Pero, ¿
empresarios? Los clásicos suponen que los cap
ramas de tasas de ganancia bajas a las altas. De
de los capitales de esta manera, pero Smith sug
racional, por lo cual se moverían de las ramas
natural hacia las que están por arriba. Es decir,
cero implica un comportamiento por parte de l
Smith.

[46] Si $r_{it}^m - r > 0$ y $P_{it}^m - P_i^n > 0$ o $r_{it}^m - r < 0$, y $P_{it}^m - P_i^n < 0$

7. Tasa de crecimiento de cantidades y gravitación

En el sistema (III.3-4-5) y, particularmente, en la ecuación (III.5), se forman las cantidades para el siguiente periodo en función de los diferenciales de tasas de ganancia. Pero si en esta ecuación consideramos la tasa de crecimiento de cantidades, nuevamente se encuentran las condiciones para obtener la estabilidad, como lo mostramos a continuación.

El sistema que se obtiene, considerando la tasa de crecimiento de cantidades, es:

$$Q_i^m(t)P_i^m(t) = Q_i^n P_i^n \tag{III.55}$$

$$r_i^m(t) - r^n = \alpha_i(t)(P_i^m(t) - P_i^n) \tag{III.56}$$

$$\frac{Q_i^m(t+1) - Q_i^n}{Q_i^m(t)} = \frac{1}{\beta_i(t)}(r_i^m(t) - r^n) \tag{III.57}$$

Se llega a la siguiente ecuación para el caso de α, β constantes:

$$Q_i^m(t+1) + \frac{\alpha_i}{\beta_i} P_i^n Q_i^m(t) = \frac{\alpha_i}{\beta_i} P_i^n Q_i^m + Q_i^n \tag{III.58}$$

Proposición:

Sí $\left|\frac{\alpha_i}{\beta_i}\right| P_i^n < 1$, entonces $\lim_{t\to\infty} P_i^m(t) = P_i^n$

Conclusiones

1. La inexistencia de indicaciones precisas en Smith para asociarle a cada estadio de la economía -caracterizado por un nivel de acumulación y población- un sistema de precios naturales, una tasa de ganancia natural y una demanda efectiva son una gran dificultad para analizar el funcionamiento de mercado en Smith y formalizar el proceso de gravitación y así poder establecer las condiciones para llegar a una situación desequilibrio. Las soluciones propuest mencionados se han realizado apega presentan las formalizaciones respecti análisis que se desprende sobre la di equilibrio parcial.

2. La característica principal del sistema precios de mercado en cada periodo po ajuste en función de la tasa de gananc que, en las formalizaciones modernas competencia clásico, la formación de pr

3. He demostrado que el análisis dinámic sistema. Esto se logra por medio d rendimientos constantes en las cond movimiento del capital en una rama de la economía. Así, se logra proponer un de ganancia que incorpora la formació Cantillon–Smith. También, se muestra q mismas que planteó Benetti. Se demost condiciones son necearías para la conve valores intrínsecos, en el caso del ajust Cantillon. Esto es así porque los sis Cantillon tiene la misma estructura gené

4. Se ha mostrado que existen dos relac estabilidad: (1) la relación de tasas de g de ganancia-cantidades. Para la prir endógena, donde los costos de reposició El estudio de la segunda relación i movimiento del capital real en función ambiente de competencia, donde el ele

conducta de los productores ante las tasas de ganancia, lo cual es un punto a formalizar un futuro próximo.

5. El precio de mercado que surge a partir de la demanda efectiva smithiana sanciona o valida las decisiones que tomaron los productores: por ejemplo, para el caso donde las relaciones de tasas de ganancia-precios y tasas de ganancia-cantidades sean negativas disminuyen las cantidades llevadas al mercado para el siguiente periodo. Es decir, la sanción se refleja en el sector real y no se muestran las perdidas monetarias. Lo contrario ocurre para las relaciones positivas mencionadas. Queda pendiente realizar el análisis del movimiento del capital real y monetario de manera conjunta por la influencia de los precios y tasas de ganancia. Aquí, suponemos que existen las condiciones para realizar un incremento o disminución de las cantidades como lo determina el sistema de ajuste.

6. También he mostrado que, en el sistema de ajuste de Benetti, es posible incorporar una tasa de crecimiento de cantidades en función de las tasas de ganancia, lo cual es semejante al ajuste de cantidades realizado por Boggio, como se muestra en la ecuación (I.1) del capítulo I.

7. En conclusión, la contribución que se realiza en esté capítulo es la propuesta de un sistema dinámico de ajuste en función de las tasas de ganancia, con una formación de precios de mercado en cada periodo que hace inteligible el proceso de mercado smithiano y ayuda al análisis de las condiciones bajo las cuales se puede lograr el equilibrio desde una posición de desequilibrio.

CAPÍT

SMITH, EQUILIBRIO GE

Introducción

En el planteamiento formal de gravitación d
Benetti [1979], en *Smith, la teoria economic*
natural" smithiano se corresponde con un eq
naturales son explicados a través de los preci
natural es la tasa de ganancia uniforme. Adem
efecto, un equilibrio, ya que no existen fu
situación. Específicamente, este equilibrio part
donde son conocidas las cantidades utilizadas c
$A_{2j}, \ldots, A_{Nj}$, para producir la cantidad natural
producción, como la tasa de ganancia unif
producción y el valor del excedente se distribuy
de los medios de producción adelantados. La ca
consumo productivo e improductivo del conju
cantidad es igual a la demanda.

El primer objetivo de este capítulo, es r
económico de corte clásico, cuyas característica
precedente. Lo novedoso es la incorporación c
productores y, así, determinar las ramas que ma
se demostrará la existencia de este equilibrio, a t
improductiva individual, resulta del comportam
La demostración del equilibrio, consiste en p
pueden ser compatibles. Benetti afirma que el

presupone un "estado natural", el cual puede ser identificado con el equilibrio económico anterior.

El segundo objetivo, será establecer las condiciones necesarias para que el ajuste de cantidades en función de los diferenciales en las tasas de ganancia sea estable. Con ello, se explica cómo se puede lograr el equilibrio económico de corte clásico desde una posición de desequilibrio. En el sistema de ajuste, se incorporan los precios de producción, la tasa de ganancia uniforme y las cantidades obtenidas en la demostración del teorema de existencia. Con estos elementos, se forman la demanda efectiva y los precios de mercado. Debido a que el sistema de ajuste tiene la misma forma que las ecuaciones (III.21-23), presentadas en el capítulo tercero de esta tesis, se retoma el teorema que establece las condiciones necesarias para obtener la estabilidad. Se ha mostrado, en el capítulo III, que la condición necesaria para la estabilidad, es que la elasticidad de la tasa de ganancia respecto al precio sea inferior al valor absoluto de la elasticidad de la tasa de ganancia respecto a la cantidad. Bajo estas condiciones, los vectores de precios de mercado, tasas de ganancia y cantidades van convergiendo hacia los precios de producción, tasa de ganancia uniforme y cantidades naturales, respectivamente.

Se ha señalado en el capítulo anterior, que este sistema de ajuste incorpora la formación de precios de mercado en cada periodo, lo cual está ausente en los análisis formales de la dinámica clásica.

En suma, el objetivo del presente capítulo es, demostrar la existencia de un equilibrio clásico, donde se incorpora la conducta optima de los productores y establecer las condiciones necesarias para la estabilidad de este equilibrio.

Este capítulo se ha dividido en dos partes. En la primera parte, se plantean los elementos exógenos y una breve explicación del equilibrio económico. Enseguida, se formaliza lo anterior mediante una definición y se prueba el teorema de existencia. En la segunda parte, se establecen las condiciones de estabilidad de este equilibrio. Para esto, se determina el sistema de ajuste. En la parte final del capítulo se presenta un apéndice donde se enuncia el lema de Neyman y Pearson, utilizado para obtener el conjunto de vectores de cantidades optimas que puede producir cada productor.

Recordemos que Benetti propone dos
naturales, aquí he retomado la solución que
precios de producción.

Se tienen dos diferencias importantes c
explicado al inicio de este capítulo, realizada p
se desarrolla en el presente capítulo. La primer
de la hipótesis de rendimientos constantes. A
determina por una matriz de coeficientes téc
respecto a las cantidades Q_j'', que se obtienen
empresarios o productores. De manera precisa,
beneficio, se determina un conjunto de ve
producidas y que son solución al problema
empresarios, a través de un comportamie
improductiva. Surge el problema de deter
demandadas por los empresarios, -producto de
compatibles. La respuesta positiva se dem
coincidencia con Benetti es que, en equilibr
Ricardo-Sraffa con uniformidad en la tasa de ga

Una conclusión que se desprende de
producción Ricardo-Sraffa y la consecuente uni
ser compatibles con una determinación de canti
de los empresarios.

Algunas observaciones

Me parece importante realizar algunos
leyes de mercado, leyes naturales y funciones de u

En este capítulo, las leyes económicas
anteriormente, identificado con el "estado na
prevalecen en el mercado. En desequilibrio,

Cantillon-Smith; con dichos precios y dadas las condiciones técnicas, se calculan las tasas de ganancia, lo cual determina nuevas cantidades que forman nuevos precios de mercado. Mientras que en equilibrio, los precios que prevalecen son los precios de producción, con tasa de ganancia uniforme y las cantidades presentes en el mercado se igualan con la demanda. Ello retoma la concepción smithiana de dos tipos de leyes, unas para el estado natural y otras para el mercado.

Respecto a la interpretación del estado natural, como un equilibrio económico. Se ha definido equilibrio económico como aquella situación donde el conjunto de decisiones que han tomado los individuos resultan ser compatibles y prevalece la uniformidad de la tasa de ganancia. La proposición de gravitación afirma que, los precios de mercado no se alejan de los precios naturales y es posible lograr la compatibilidad del conjunto de decisiones, por lo cual, es lógico asociar el estado natural con una situación de equilibrio. Por otro lado, autores como Duménil-Lévy [1993, pág. 70 y 74] "legítimamente llaman a esta situación un equilibrio".

Se introducen las funciones de utilidad como un instrumento para la determinación de la demanda de consumo improductivo de cada empresario de manera endógena. Este enfoque supone que cada productor tiene una relación de preferencias, las cuales están dadas y permanecen fijas. Además, existen tantas relaciones de preferencias como productores en la economía; cada relación de preferencias está unívocamente representada por una función de utilidad. El empresario, al elegir la canasta de bienes que es más preferible, maximiza la función de utilidad, sujeta a las restricciones de su ingreso. Existe una hipótesis sobre la relación de preferencia y es que, para cada canasta de bienes, siempre existe otra que es estrictamente preferible a ella. Por tanto, el productor gasta todo su ingreso en la demanda de bienes. Así, un productor, tendrá que demandar bienes, cuyo valor agregado sea igual al ingreso total disponible y con ello maximizar su utilidad. En equilibrio, no hay ahorro neto ni se incrementan las inversiones. La manera de determinar el consumo improductivo o final de manera endógena contrasta con los análisis formales sobre la competencia clásica usual. En el capítulo uno, hemos planteado distintas maneras de cómo se establece exógenamente el consumo en el enfoque de inspiración clásica. Por ejemplo, en Duménil y Lévy [1983, pág. 11] se establece que el valor del consumo es proporcional al ingreso. Si bien esto puede ser una conjetura correcta, no se da una prueba y se

estipula como verdadera. Es necesario pasar a

Boggio [1992], que supone que la función

respecto a los precios y homogénea de gra

homogeneidad de grado cero es similar al pla

homogeneidad de grado uno respecto a las

planteamiento.

Sobre la determinación de la demanda

empresarios o productores tienen capital mo

medios de producción. Resultado del proceso

mercado, cada productor obtiene una masa d

respectivo, se utiliza para comprar bienes que s

canasta de bienes para consumo final, se determ

Es así como se obtiene de manera endógena la

otra parte de la sociedad la conforman los tra

salario son parte de los medios de producción.

exógeno, conformado por una canasta de bienes

Parte I

1. Explicación metodológica de la propuesta

La economía que se analiza consta de N bienes.

de producción o consumo. Los empresarios se

monetario, que sólo cumple la función de ser

manera productiva. No se explican las causas p

inicialmente su respectivo capital monetario. S

través de un único proceso y que cada uno de el

existencia de N bienes y un único proceso par

través del conocimiento por el conjunto de los e

de coeficientes técnicos. Se suponen rendimien

caracterizada la forma de producir cada bien. El que el productor respectivo obtiene una tasa de ganancia uniforme sobre el capital adelantado. Debido a las especificaciones acerca de las condiciones de producción, que son conocidas por cada productor, se logra determinar el vector de precios de producción unitarios y positivos. Los precios de producción, son los elementos más importantes para tomar las decisiones económicas, que se refieren al dónde, cuánto, qué producir y consumir.

Veamos cómo se resuelve el problema de las cantidades que debe producir un productor cualquiera.

De entrada, cada empresario puede producir en más de una rama. Esto es posible ya que los procesos de producción son conocidos por cada uno de los productores. La actividad económica se inicia cuando cada productor determina los niveles de producción que va a producir en cada rama e invierte el capital que posee en la compra de medios de producción necesarios. Analicemos el problema de cómo determinar las cantidades que debe producir.

Suponemos que existen medios de producción suficientes para llevar a cabo los diversos niveles de producción y también suponemos que el valor agregado de estos medios no debe rebasar el capital monetario disponible.

Por medio de los elementos descritos anteriormente, un productor primero determina su conjunto de posibilidades de producción de la siguiente manera: conocida la matriz de coeficientes técnicos y precios, calcula los costos unitarios necesarios –o capital adelantado- para producir una unidad de cada uno de los bienes; todos aquellos vectores de cantidades cuyos costos no superen el capital disponible conforman su conjunto de posibilidades de producción. Cualesquiera cantidades que están dentro de este conjunto pueden ser producidas por el empresario. A mayor capital, el conjunto de posibilidades será mayor, por lo cual este conjunto es endógeno, depende del capital disponible, la matriz de coeficientes técnicos y los precios. Para el caso donde son conocidos tanto los precios como la matriz de coeficientes técnicos, el conjunto de posibilidades de producción sólo depende del capital disponible.

Después de caracterizar su conjunto de p
debe elegir algún vector por producir. Para est
de cantidades que pueda ser producido, calcula
Enseguida, maximiza la masa de beneficios s
producción. Se demuestra que para el caso part
constantes-, las cantidades que maximizan la m
cuyas tasas de ganancia sean máximas. Al p
debido a la uniformidad-, entonces cualesquier
de optimización son tales que la suma del
producción iguala el capital disponible.

El interés del productor es maximizar l
gran diversidad de vectores de cantidades que p
total de las cantidades producidas se concentra
como medios de producción para el siguiente
improductivo. No necesariamente las cantidad
que sean cubiertas las demandas del conjunto
estar vigente la tasa de ganancia uniforme y c
óptima, pueden no resultar compatibles la o
cantidades obtenidas resultan ser compatibles.

Suponemos que no existen problemas
trabajo; se lleva a cabo de manera inmedia
producirse. El consumo que realizan los tr
producción.

Se probará que cada productor, al invert
masa de ganancias proporcional al capital inicia
tasa de ganancia. Esta masa de ganancia se de
para consumo improductivo, es decir, no ahorr
subsecuentes. En este caso, estamos en reproduc

Con la masa de ganancia como ingreso
determina la demanda improductiva: una canast

al ingreso disponible y que maximiza su función de utilidad. La agregación de dichas canastas genera la demanda total para fines improductivos por los productores.

Bajo la hipótesis de que la matriz de Leontief tenga inversa y sea positiva, siempre se puede obtener un vector de cantidades de los distintos bienes, cuya cantidad neta cubra la demanda improductiva agregada.

Cuánto producir y consumir queda determinado por cada productor de manera independiente, el problema que surge es, ¿pueden ser compatibles las decisiones individuales realizadas de esta manera? Observemos que la respuesta afirmativa implica la existencia de un equilibrio económico, con precios de producción Ricardo-Sraffa, uniformidad de la tasa de ganancia y, ofertas y demandas agregadas iguales, las cuales surgen de comportamientos aislados, racionales e individuales.

Pasaremos a formalizar las ideas anteriores.

2. Formalización del equilibrio económico

2.1 Elementos exógenos de la economía e hipótesis

1) N mercancías o bienes, los cuales son básicos.

2) W trabajadores.

3) El número de productores o empresarios es K.

4) Cada empresario $k = 1, 2,..., K$, se caracteriza porque posee un capital inicial M^k, número real positivo.

5) Cada empresario $k = 1, 2,..., K$ tiene:

a) Un X_k conjunto de planes de consumo distinto del vacío que se identificara con el ortante no negativo de R^N. (R^N es el espacio euclidiano N-dimensional).

b) Una relación de preferencias 4_k sobre $X_k \subseteq R^N$, que cumple el principio de no saciedad local, estrictamente convexa.

c) Una función de utilidad U_k: ...

asociada a la relación de preferencia 4_k.

6) Las condiciones técnicas de producci...

coeficientes $A = (a_{ij})$ de tamaño NxN; a_{ij} descri...

para producir una unidad del bien j; A es ...

comprendidos como parte de los medios de pr...

invariables. Se supone que A es indescomponib...

es menor o igual que 1.

7) No hay capital fijo, por lo cual todo el...

8) Cada productor puede producir ya sea...

9) La duración de proceso productivo e...

fijo.

El punto (1) corresponde al número de...

como insumo para el proceso productivo o ser...

punto (2) establece la existencia de trabajador...

punto (4) define a cada productor como a...

monetario, medio de cambio, que se invierte p...

El punto (5) determina la demanda no producti...

de la maximización de la función de utilida...

utilidad son las usuales para garantizar la existe...

(6) se establece cómo se produce: hay un sol...

método es del conocimiento común de los p...

Frobenius menor o igual que 1 implicará que lo...

sean mayores que cero. Además, existe la invers...

2.2 Sistema de precios

La columna j-ésima A^j de la matriz A indica las ...

requieren para producir una unidad del j, los ...

largo del periodo de producción. El valor del capital necesario para producir una unidad de j es:

$$P_1 a_{1j} + P_2 a_{2j} + \ldots + P_N a_{Nj} \qquad \text{(IV.1)}$$

Si cualquier productor que produce en la rama j recupera el valor de los costos de producción y el valor excedente es proporcional al precio de los medios de producción, la ecuación de precios Ricardo-Sraffa del bien j es:

$$P_j = (P_1 a_{1j} + P_2 a_{2j} + \ldots + P_N a_{Nj}) + r(P_1 a_{1j} + P_2 a_{2j} + \ldots + P_N a_{Nj}) \qquad \text{(IV.2)}$$

Se hace lo mismo para todos los bienes, por lo cual, en forma matricial, el sistema de precios se escribe:

$$P = (1 + r)PA \qquad \text{(IV.3)}$$

El siguiente teorema resume la existencia y unicidad de los precios de producción.

Teorema

Supongamos A no negativa e indescomponible. El sistema

$$P = (1+r)\, PA$$

tiene una solución positiva, P, con $\lambda(A) = (1/(1 + r)) > 0$, si sólo si, el valor propio de Perron-Frobenius $\lambda(A)$ de A es menor o igual que 1. En este caso, $\lambda(A)$ es único y P es único, salvo múltiplos.

Tanto el vector de precios, como la tasa de ganancia uniforme, determinados por medio del procedimiento anterior, son los elementos importantes para tomar las decisiones por cada uno de los productores.

2.3 Conjunto factible de producción

El empresario k se caracteriza porque posee u
adquirir medios de producción bajo dos hipót
producir en cualquier rama y, (2) el valor agr
puede superar su capital disponible. A continua
determina su conjunto de posibilidades de
Supongamos que, un productor k, decide pro
$Q_2^k, \ldots, QNk$ de cada uno de los bienes. Estas c
dimensional Q^k. El valor del capital necesario
unitario multiplicado por su cantidad:

$$(P_1 a_{1j} + P_2 a_{2j} + \ldots + P_N a_{Nj})\, Q_j^k$$

De aquí, tenemos que el valor agregad
vector de cantidades mencionadas Q^k es:

$$P_1\,(a_{11}\, Q_1^k + \ldots + a_{1N}\, Q_N^k) + \ldots + P_N(a_{N}$$

Donde $a_{11}\, Q_1^k + \ldots + a_{1N} Q_N^k$ representa la demar
para producir el vector de cantidades Q^k.

Como los costos de las cantidades a
disponible por k, se tiene que:

$$P_1\,(a_{11}\, Q_1^k + \ldots + a_{1N}\, Q_N^k) + \ldots + P_N(a_{N}$$

Escrito en forma compacta:

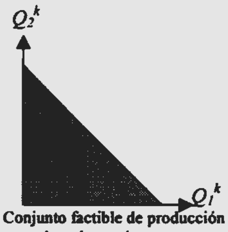
$$PAQ^k \leq M^k$$

Se define el conjunto de posibilidades de producción, para el productor k, como a todos aquellos vectores columna N-dimensionales Q^k no negativos, cuyo valor de medios de producción necesarios para producir Q^k no rebasan M^k; en otras palabras:

$$\{ Q^k \in R^N \mid Q^k \text{ es no negativo y } PAQ^k \leq M^k \} \qquad \text{(IV.8)}$$

Este conjunto de denotará por P^k. Observemos que AQ^k es un vector columna donde la entrada i-ésima representa la cantidad del bien i requerida para la producir Q^k.

En el caso de $N = 2$, P^k se representa por la parte sombreada del primer cuadrante, cuya figura de muestra a continuación:



Conjunto factible de producción para el productor k

Observemos que, a mayor capital monetario M^k, el "tamaño" de P^k se incrementa, por lo cual este conjunto depende del capital disponible por el productor k. Además estos conjuntos son "paralelos".

2.4 Decisiones de producción

En el punto anterior se determinó dónde puede producir k. Ahora se establecerá la manera de decidir cuánto puede producir de cada bien.

El beneficio que se obtiene, por producir una unidad del bien j, es el ingreso menos los costos (unitarios) al estar vigentes los precios de producción, tanto los precios como los costos corresponden a P_j y $P_1a_{1j} + P_2a_{2j} + \ldots + P_Na_{Nj}$,

respectivamente. Así, el beneficio unitario es F

de la matriz A.

Si un productor k, elige producir distir

por Q^k, vector de producción factible, la masa de

$(P_1 - PA^1)Q_1^k + (P_2 - PA^2)Q_2^k + \ldots +($

Bajo él supuesto que todo se vende, se tiene:

$g_k(Q^k) = \sum^N_{j=1}(P_j - PA^j)Q_j^k$

Escrito de manera matricial (IV.10) queda, $g_k($

identidad de tamaño NxN.

Si el conjunto de productores elige proc

óptima, cada uno de ellos se plantea el siguiente

$maximizar \sum^N_{j=1}(P_j - PA^j)\, Q_j^k$

$sujeto\ a \sum^N_{j=1}PA^j\, Q_j^k \leq M^k$ y $Q_i^k \geq 0$ para

El mismo problema se escribe de manera equiva

$maximizar\ g_k(Q^k)$

$sujeto\ a\ Q^k \in \mathrm{P}^k$

Como P^k es un conjunto compacto y la

en todo R^N, (espacio euclidiano N-dimensional)

argumento Q^k, podemos asegurar que siempre e

de cada productor.

Una solución al problema (IV.13-14), se

masa de ganancias, cuyas entradas correspond negativas $Q_1^k, \ldots, Q_N^k$, tal que el valor de los medios de producción es inferior o igual al capital disponible.

El problema económico, la maximización de la masa de ganancia, nos ha conducido a plantear el problema matemático (IV.13-14). Pasaremos al estudio de la solución de este problema.

2.5 Solución al problema de cada productor

Supongamos el problema matemático

$$\textit{maximizar } \sum_{j=1}^{N}(P_j - PA^j)Q_j^k$$
$$\textit{sujeto a } \sum_{j=1}^{N} PA^j Q_j^k \leq M^k, \text{ y } Q_i^k \geq 0 \text{ para } i = 1,2,\ldots,N$$

La solución matemática de cada productor se obtiene aplicando el lema de Neyman y Pearson, cuya formulación se establece en el apéndice de este trabajo, que aplicado en este punto se realiza como sigue. Para cada una de las ramas, se consideran los cocientes $(P_i - PA^i)/(PA^i)$; si existe alguna rama de la economía i donde el cociente $(P_i - PA^i)/(PA^i)$ es positivo, entonces se localizan aquellas ramas de la economía donde estos cocientes son máximos. El conjunto de estas ramas se denotan con $\mathcal{J}$. Formalmente:

$$\mathcal{J} = \{i = 1, 2, \ldots, N \mid (P_i - PA^i)/PA^i \geq (P_j - PA^j)/PA^j \text{ para toda } j\} \qquad \text{(IV.15)}$$

Este conjunto nos indica las ramas de la economía donde el productor k debe invertir su capital monetario M^k. Los vectores Q^k, que maximizan la ganancia g_k tienen entradas no negativas en las ramas correspondan a $\mathcal{J}$ y el valor agregado de los medios de producción es igual al capital monetario disponible M^k. En las ramas no pertenecientes a $\mathcal{J}$, se producen cantidades nulas.

Formalmente, el conjunto solución es:

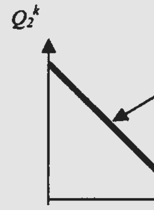
$$T = \{Q^{k*} \in R_+^N, \text{ semipositivos} \mid Q_i^{k*} = 0 \text{ si } i \notin \mathcal{J} \text{ y } PAQ^{k*} = M^k\} \qquad \text{(IV.16)}$$

Esto significa que cualquier vector no negativ
pertenece a T y, viceversa, cualquier elemento

En términos económicos se tiene que el
ganancia r, que es la misma en todas las ramas
$2, \ldots, N$ } y el conjunto $T = \{ Q^{k*} \in R^N \mid Q^{k*} \geq 0$ y

En otras palabras, aplicando el lema de
determina las ramas donde se maximiza su masa
corresponden a aquellas donde prevalecen las
todas las ramas prevalece la misma tasa de g
uniforme-, no hay ramas más preferibles que ot
que requiera medios de producción, cuyo valor s
la máxima masa ganancias. Por tanto, la c
determinar el conjunto de vectores de producció
es que el valor agregado, invertido en la adquis
igual al total del capital monetario disponible M

Para el caso $N = 2$, T consta de una semi



Conjunto solución del

Observemos que existe una infinidad de
el productor puede elegir cualquier elemento de

Con los parágrafos anteriores, queda dete

2.6 La ganancia del productor *k* en equilibrio

Se ha obtenido una expresión para la masa de ganancia para el productor k, que se determina por el vector de cantidades Q^k:

$$g_k(Q^k) = P(I - A)Q^k \qquad \text{(IV.17)}$$

Supongamos que $Q^{k^*} \in T$ es uno de los vectores factibles que maximizan la ganancia, por lo cual se tiene que $PAQ^{k^*} = M^k$. De otro lado, el sistema de precios cumple $P = PA + rPA$, es decir, $P(I - A) = rPA$. Si multiplicamos por Q^{k^*} la última igualdad, llegamos a:

$$g_k(Q^{k^*}) = rM^k \qquad \text{(IV.18)}$$

Es decir, la masa de ganancia máxima de cualquier productor k es proporcional a su capital disponible, donde la constante de proporcionalidad es la tasa de ganancia. Observemos que este resultado es válido si los precios que prevalecen corresponden a los precios de producción y el capital del productor k se utiliza completamente.

Se supone que toda ésta ganancia se destina completamente a la compra de bienes para consumo improductivo.

2.7 Demanda improductiva

Un elemento importante para determinar la demanda improductiva de k es saber cuánto debe consumir de cada bien. Este problema se aborda en esta parte. Para esto, se retoma el punto cinco de los elementos exógenos mencionado al inicio del punto dos.

Se ha supuesto que cada bien puede ser utilizado ya sea para el proceso productivo o para el consumo improductivo. Así, un productor puede demandar cualquiera de los bienes. Se supone que cada productor tiene una relación de preferencias 4_k sobre el espacio de consumo X_k (ortante no negativo de R^N) y que esta

relación de preferencias tiene asociada una fu
estrictamente cóncava. La restricción presu
ganancia g_k establecida en (IV.18).

El conjunto de consumo factible para
aquellas canastas de bienes de X_k (representac
tienen un valor menor o igual a la ganancia g
demanda la cantidad d_{ik} de cada bien $i = 1, 2, \ldots$
cual será una canasta de demanda factible par
ganancia obtenida, es decir, $PD_k \le g_k$. El co
propiedad se denota por Δ^k. Formalmente:

$$\Delta^k = \{ D_k \in X_k \mid PD_k \le g_k \}$$

La hipótesis principal para la determinac
que demanda cada productor es su conducta
encontrar aquella canasta de bienes que maxi
restricción de su ganancia. Es decir, la demanda
la solución del problema siguiente:

$$\max U_k(D_k)$$
$$\text{sujeto a } D_k \in \Delta^k$$

Como U_k es continua sobre el conjunt
tiene solución. La proposición siguiente resume

Proposición

Sea U_k estrictamente cóncava

Si D_k^* es solución al problema (IV.20-21), entonces $PD_k^* = rM^k$ y está solución es única.

La demanda agregada que resulta de la conducta óptima del conjunto de productores es:

$$D^* = \sum_k D_k^* \qquad \text{(IV.22)}$$

2.8 Resumen sobre el conjunto de decisiones

Las principales decisiones que toman los productores se refieren a qué, dónde y cuánto producir y consumir. Hemos explicado como se realizan todas estas decisiones por cada productor a partir del conocimiento de los precios de producción, es decir, cómo se toman estas decisiones cuando prevalece la tasa de ganancia uniforme en todas las ramas. Los precios de producción pueden ser calculados por cada productor debido a su conocimiento de la matriz de coeficientes técnicos. Cada uno de los agentes realiza su decisión de manera aislada e independiente de los demás y no necesariamente resultan ser compatibles.

Veamos cuales son las demandas y ofertas agregadas como resultado de un comportamiento óptimo individual sobre la oferta y demanda.

Si el productor k con su capital M^k decide producir el vector de cantidades Q^{k*} deberá demandar medios de producción AQ^{k*}; la demanda agregada de medios de producción es $A\sum_k Q^{k*}$. Como la duración del proceso productivo es el mismo para todos los bienes y no hay ningún problema en su desarrollo, al final se obtiene el vector de producción bruta Q^{k*}. Así, la producción bruta agregada es $\sum_k Q^{k*} = Q^*$.

El vector de cantidades Q^* se divide en dos partes: una que repone los medios de producción utilizados AQ^* y otra parte, el excedente, que se destina al consumo improductivo $(I - A)Q^*$. Por lo cual, los medios

continuar un próximo periodo y otra parte d

demanda realizada por los productores y ser co

La ganancia obtenida por el productor

maximiza su ganancia es $g_k = rM^k$. Este in

adquisición de un vector de consumo improduc

k es D_k^*, por lo cual $D^* = \sum_k D_k^*$ es la deman

empresarios.

El siguiente esquema muestra el funciona

$M^k \rightarrow AQ^{k*} \Rightarrow Q^{k*}$ y $Q^* = (I-A)\,Q^* + AQ$

Su explicación se desprende de los argumen

resumen, -> indica que el productor k ade

producción AQ^{k*} por un valor igual a M^k y =>

productiva y la obtención del vector Q^{k*}, cuya

destina a satisfacer el consumo improductiv

socialmente. El funcionamiento corresponde a

excedente se consume improductivamente.

El mismo funcionamiento en términos d

$M^k \rightarrow PAQ^{k*} \Rightarrow PQ^{k*}$ y $PQ^* = P(I-A)Q^* + PAQ^*$

y se reinicia otro proceso. En este caso, el cap

compra de medios de producción. Esto se

productivo, se genera un vector cuyo valor es P

repone el valor de los medios de producción y

reestablecen las condiciones para iniciar otro p

de todo el proceso, el conjunto de productor

reiniciar otro proceso de producción.

La compatibilidad del conjunto de decisiones se realiza si el conjunto de decisiones que hicieron de manera independiente los productores en el ámbito de la producción y consumo se igualan: $(I - A)Q^* = D^*$. En este caso, se tiene que el valor de cantidad ofrecida y demandada coinciden, es decir, $P(I - A)Q^* = PD^*$.

El conjunto de intercambios de las empresas se resume en el siguiente cuadro:

	Oferta empresas	Demanda empresas	
Inicio	Compran con M		$A\sum_k Q^{k*}$
Final	$(I - A)\sum_k Q^{k*}$	$\sum_k D_k^*$	

Donde $M = \sum M^k$ es el capital total.

3. Definición de equilibrio

Un equilibrio económico se define como:

(1) Un sistema de precios N-dimensional representado por el vector P^* con entradas positivas y tasa de ganancia uniforme r.

(2) Para cada empresa $k = 1, 2, \ldots, K$, un vector de producción Q^{k*}.

(3) Para cada empresa $k = 1, 2, \ldots, K$, un vector de consumo D_k^*.

tal que:

(4) El plan de producción Q^{k*} es solución al problema,

$max\ P^*(I - A)Q^k$
$s.a.\ P^*AQ^k \leq M^k$ y Q^k no negativo,

(5) D_k^* es solución al problema,
$max\ U_k(D_k)$
$s.a.\ P^*D_k \leq g_k,\ D_k \in X_k$
donde $g_k = rM^k$

y finalmente,

(6) La oferta y demanda improductiva co

$$(I-A) \sum_k Q^{k*} = \sum_k D_k^*$$

Es decir, un equilibrio consta de un sistema de
uniforme positiva; para cada empresa, un vector
consumo óptima, donde la oferta y demanda agr

4. Teorema de existencia del equilibrio

Se realizará la demostración de manera explícita
elementos expuestos anteriormente.

Los precios

Los precios de equilibrio se obtienen como solu

$$P = (1+r)PA$$

bajo la consideración de que A es no negativa
$\lambda(A)$ de magnitud máxima, es menor que uno,
número real positivo que tiene asociado un
múltiplos. Esta afirmación se basa en el Teorem
a este caso se tiene que $\lambda(A) = (1/(1 + r))$. Deno
asociado. Este vector corresponde a los precios
uniforme. Estos son los elementos importantes
donde se toman las decisiones y el sistema de aj

Las cantidades

El problema que se plantea cada productor es, determinar el vector de cantidades que maximizan la ganancia:

$$\begin{aligned}&máx\ g_k(Q^k)\\ &s.\ a.\ Q^k \in \mathrm{P}^k\end{aligned}$$

Las soluciones a este problema se localizan en el conjunto:

$$T = \{\ Q^{k*} \in R^N \mid Q^{k*} \geq 0 \text{ y } P^*AQ^{k*} = M^k\ \}$$

Una vez, determinado el conjunto T, el beneficio para cada empresario k es:

$$g_k = rM^k.$$

Para determinar la canasta de bienes que demanda k, se resuelve el siguiente problema:

$$\begin{aligned}&máx\ U_k(D_k)\\ &s.\ a.\ D_k \in \Delta^k\end{aligned}$$

Debido a que la función de utilidad es estrictamente cóncava y la relación de preferencia cumple el principio de no saciedad local, existe un único $D_k^* \in \Delta^k$ que es solución a este problema y se cumple que, $PD_k^* = rM^k$. La demanda agregada es, $\sum_k D_k^* = D^*$ y se tiene $PD^* = rM$, donde $M = \sum_k M^k$.

Enseguida, probaremos que existe un vector agregado de cantidades, cuya producción neta es igual a la demanda D^* y que, este vector se puede desagregar entre los empresarios de manera óptima, es decir, la asignación que corresponde a cada empresario maximiza su masa de ganancia.

Llamemos Q^* al vector de cantidades tal que la producción neta es igual a D^*, por lo cual se cumple la igualdad:

$$(I - A)Q^* = D^*$$

Matemáticamente, Q^* se determina por
que, debido a las hipótesis sobre la matriz A, ex

$$Q^* = (I - A)^{-1}D^*$$

Una afirmación útil para Q^* de (IV.23-
donde $M = \sum_k M^k$. En efecto, como $P^* = (I$
Multiplicando por P^* a $(I - A)Q^* = D^*$, se llega
$(I+r)P^*A\,Q^* - P^*AQ^* = rM$ y concluimos la afir

El problema que surge en este punto, e
cada empresario k, la cantidad Q^{k*}, que
estableceremos una manera de realizar esto.

Sea $\mu_k = M^k / (\sum_k M^k)$. A cada productor s
$\mu_k Q^*$.

Se necesita probar que este vector de pr
ganancia. Para probarlo, es suficiente mostrar q
para realizar Q^{k*}, es igual al valor del capital dis
la forma como se ha caracterizado el conjunto
efecto, se cumple:

$$P^*AQ^{k*} = P^*A(\mu_k Q^*) = \mu_k P^*AQ^* = (M^k / $$

Además:

$$\sum_k Q^{k*} = \sum_k \mu_k Q^* = Q^* \sum_k (M^k / (\sum_k M^k)) = $$

El planteamiento anterior se resume con el sigui

Teorema de existencia

El sistema de precios P^*, la tasa de ganancia r del sistema Ricardo-Sraffa y para cada k, el vector de cantidades Q^{k*} y el vector D_k^*, constituyen un equilibrio para la economía.

Parte II

1. Gravitación smithiana

En el capítulo III, se realizó una reconstitución formal del mecanismo de mercado de Smith. A través del análisis de la estabilidad, se plantearon las condiciones necesarias para que los precios de mercado converjan a los precios de producción. Como se argumentó en dicho capítulo, este equilibrio es una formalización económica del "estado natural" smithiano.

En el presente capítulo, se ha realizado otra formalización del concepto de equilibrio clásico, donde se incorporan los siguientes elementos: una conducta maximizadora para los productores, quienes toman decisiones de consumo y producción de manera óptima, con precios de producción y tasa de ganancia uniforme, además de la compatibilidad del conjunto de decisiones.

Lo que procede es unificar ambos análisis, para establecer las condiciones necesarias bajo las cuales el equilibrio que se ha mostrado en este capítulo sea estable. Para esto, se retoman los planteamientos realizados en la sección cuatro del capítulo III, que son aplicables a este caso sin ninguna dificultad. El sistema de ajuste de cantidades, en función de las tasas de ganancia, que se planteo en dicha sección, incorpora los elementos que constituyen el equilibrio económico del teorema de existencia demostrado arriba.

Para unificar la notación de lo realizad
hacen las siguientes convenciones. El vector co
se describe con Q^*, cuya entrada Q_i^*, indica
precio natural, corresponde al precio de produc
ésima es P_i^* y, la tasa de ganancia uniforme e
diagonal N-dimensional cuya entrada i-ésima e
con P^n.

1.1 Demanda efectiva

Retomamos la definición de demanda efectiva e
poder de compra establecido con anterioridad a
producto del precio natural y la cantidad natural
$P_i^n Q_i^*$, que permanece fija durante el proceso de

1.2 Sistema de ajuste

El ajuste que se realiza, en función de las tasas
manera. En un mercado i, el desequilibrio se fo
no es igual a la tasa uniforme. Esto se origina p
es igual a la "cantidad natural" o de equilibrio
bien i, no coincide con el "precio natural". Para
coincide con la cantidad Q_i^n, el precio de merc
Smith. Este precio, es resultado del conjunto d
diferencias entre los precios de mercado y prec
la tasa de ganancia efectiva y la de equilibrio. L
de mercado con la uniforme, inducen nuevos
nuevas cantidades y precios de mercado, reinici

El sistema de ajuste, que se formaliz
siguiente.

$$P_t^m = P^n [Q^n][Q_t^m]^{-1} \quad \text{(IV.27)}$$

$$[r_t^m] - [r] = (P_t^m - P^n)[\alpha(t)] \quad \text{(IV.28)}$$

$$1'([Q_{t+1}^m] - [Q^n]) = ([r_t^m] - [r])[\beta(t)]^{-1} \quad \text{(IV.29)}$$

Como antes, $[Q_{t+1}^m]$, $[Q^n]$, $[\alpha(t)]$ y $[\beta(t)]$ son matrices diagonales N-dimensionales, cuyas componentes se denotan con el subíndice correspondiente. Los demás son N-vectores renglones y $1'$ es el vector N dimensional, que consta de unos. En particular, P_T^m, $[r_T^m]$ y $[r]$ son vectores renglón, que representan los precios de mercado, las tasas de ganancia de mercado y las tasas de ganancia uniformes respectivamente.

La primera igualdad (IV.26) corresponde a la formación del precio de mercado con la regla Cantillon-Smith; en (IV.27), α relaciona la diferencia de la tasa de ganancia de mercado y la natural con la desviación que tiene el precio de mercado y el precio natural. En (IV.28), se determina la cantidad a producir para el siguiente periodo, la cual depende de la desviación que tenga la tasa de ganancia de mercado de la tasa uniforme y del signo de $\beta_i(t)$.

2. Condición de estabilidad

En este punto, aplicamos lo que se ha discutido en III.14 y III-4.2.

En palabras; en cada mercado, si el valor absoluto de la elasticidad de la tasa de ganancia respecto al precio, es menor que, el valor absoluto de la elasticidad de la tasa de ganancia respecto a la cantidad, entonces el vector de precios de mercado convergerá a los precios de producción.

Teorema

Si $|E_{pi}(r)| < |E_{Qi}(r)|$ para cada $i = 2, \ldots, N$, entonces P_t^m converge a P^n.

Conclusiones generales

1. En el capítulo uno, se ha mostrado que proceso de competencia clásico, no i mercado. En su lugar, sólo se presenta u se muestran formalizaciones sobre c Cantillon y, se presenta un modelo de modelo, en particular, formaliza la p Cantillon, donde los precios de mercado propio Cantillon y que, retoma después sobre Cantillon. Por ejemplo, Klimovs mercado en Cantillon, dejando de lad capítulo dos, contribuye a comprender mercado gravitan en torno al valor intrín para Cantillon, es la misma que Benetti ajuste en función de las tasas de gananc el análisis dinámico por sectores de B donde hay interrelación entre las ram dinámicos es mostrar, cómo el mecanism esto tiene repercusiones en las tasas de cantidades. Este movimiento para Sm precios de mercado graviten alrededor antes, este trabajo de tesis contribuye en formación de precios de mercado en ca hace diferente respecto a las propuest clásico.

2. Se ha mostrado, mediante el respectivo formalizan el ajuste en función de las tas han determinado las condiciones nece equilibrio desde una posición en desequ de ganancia, puede llegar a ser esta

elasticidades de las tasas de ganancia respecto a los precios, son menores que los valores absolutos de la elasticidades de las tasas de ganancia respecto a sus cantidades. En estas condiciones, los precios de mercado convergen a los precios de equilibrio. Así, el elemento importante para lograr la estabilidad, son las conductas de los productores ante diferentes tasas de ganancia y ello depende de los movimientos del capital real.

3. La importancia del capítulo cuarto, consiste en proponer una formalización del equilibrio clásico: precios de producción, uniformidad de la tasa de ganancia, con igualdad a nivel agregado de la oferta y demanda en cada rama. La contribución consiste en, introducir un comportamiento óptimo de los productores, mediante el cual, cada productor determina su demanda improductiva maximizando una función de utilidad. Se determina también su vector de oferta, al maximizar su masa de ganancias. Este rasgo distintivo es lo que hace diferente a la presente formalización, de las discutidas en el capítulo uno. Se demuestra mediante un teorema la existencia del equilibrio, lo cual, a su vez, muestra que la teoría de precios de producción es compatible con las conductas óptimas de los productores, expresadas por funciones de utilidad y masas de ganancias.

4. Otros elementos particulares sobre la formalización presentada en el capítulo cuatro, son los siguientes. El equilibrio, corresponde a una situación de reproducción simple, ya que todo el excedente se consume improductivamente. Un supuesto explícito, es la asimetría de la sociedad: los productores son los agentes importantes y su conducta como consumidores determina el comportamiento de toda la economía. El sistema de ajuste es diferente a los presentados en el capítulo uno, ya que se toma como punto de referencia las variables de equilibrio; mientras que en otros modelos, el equilibrio sólo se alcanza al final del ajuste. También la propuesta difiere en la forma de determinar el consumo improductivo o final. Para el caso de Boggio y Duménil-Lévy, se establece exógenamente. En cambio, aquí, se obtiene de manera endógena por medio de la maximización de una función de utilidad. Se demuestra que, un productor realiza la maximización de la masa de beneficios en aquellas ramas donde prevalecen las máximas tasas de ganancia; en dichas

ramas, debe invertir completamente su
la masa de ganancias es proporcional
proporcionalidad es la tasa de ganancia.

5. De los puntos anteriores resultan las cor
formalización del equilibrio clásico, dor
y demanda por medio de la optimizació
y se explica cómo un ajuste en funci
estable y lograrse el equilibrio menciona

6. Pero más allá de formalizar dinámicas
cómo el análisis de las proposiciones r
pueden ayudar a comprender el comple
Para ello, se incorpora explícitamente u
así mismo, se establecen las condiciones
dinámica pueda llegar a una situaci
producción, la uniformidad de la tasa
demanda.

7. Las tareas pendientes son las siguientes:
a) En los modelos de ajuste del capít
de compra, evaluando la cantidad
corresponde al planteamiento de Sm
esta cantidad de dinero está present
pendiente el análisis de otras manera
compra -o cantidad de dinero- que
compra de un bien.

b) El análisis de la formación de pre
dinero. Además, un elemento exóge
monetario que los productores in
producción. Para levantar estos supu
bancario.

c) El análisis del movimiento del capital real se realiza de acuerdo a las indicaciones presentes en los economistas clásicos: movimiento libre del capital hacia las ramas de mayores tasas de ganancia. Un análisis más amplio sobre la formalización de este aspecto, es necesario.

d) El análisis del equilibrio y su dinámica se estudia por separado. Queda pendiente construir un modelo que explique conjuntamente tanto la situación de equilibrio como desequilibrio.

APÉNDI

Lema de Neyman y Pearson

Sea ϕ: $R^N \rightarrow R$ una función cuyo dominio es e
cuyo rango son los números reales.

$\phi(x_1, x_2, \ldots, x_N) = \sum_i^N \gamma_i x_i$, donde γ_i son co

Consideremos el problema:

Max $\phi(x_1, x_2, \ldots, x_N)$
Sujeto a $\sum_i^N \delta_i x_i \leq \eta$

donde δ_i son constantes no negativas, no todas c

Si existe un índice $i = 1, 2, \ldots, N$ tal q
conjunto de índices

$J = \{i = 1, 2, \ldots, N \mid (\gamma_i/\delta_i) = max\ (\gamma_j/\delta_j)$, pa

Entonces, el conjunto solución del probl
x^* no negativos, tal que $x_j^* = 0$ si $j \notin J$ y $\sum_i^N \delta_i x$

Aquí, cada productor tiene el siguiente p

maximizar $(P - PA)Q^k$
sujeto a $PAQ^k \leq M^k$ y Q^k *no negativo*

Este problema, en términos de sumatoria

$$max \sum_i^N (P_i - PA^i) Q_i^k$$
$$sujeto\ a \sum_i^N (PA^i)\, Q_i^k \leq \eta$$

Por lo cual, $\gamma_i = (P_i - PA^i)$ y $\delta_i = PA^i$ y $\eta = M^k$; el cociente $\gamma_i/\delta_i = (P_i - PA^i)/\ PA^i$ corresponde a la tasa de ganancia uniforme r, la cual es positiva. Por lo cual, $J = \{ 1, 2, \ldots, N \}$.

BIBLIOGR

Arrow, K. y Hanh, F., [1977], *Análisis g*
Económica, México.

Benetti, C., [1979], *Smith, la teoria econon*
Libri.

Benetti, C., [1981], "La question de la g
Richesse des Nations", *Cahiers d'Economie*

Benetti, C., [1995] "La 'regla Cantillon-
mimeo. Ponencia presentada en el coloqu
UAM 5, 6 y 7 de julio de 1995.

Benetti, C., [1996], "La regla 'Cantillon-S
teoría del equilibrio general", *Análisis Econ*

Benitez, A., [1995], *Desequilibrio y prec*
México.

Boggio, L., [1992], "Production Prices and
Questions", *Manchester School*, Vol LX. nú

Caminati, [1990], "Gravitation: An Introdu
the surplus approach, vol. 6, núm. 1-2, pág.

Cantillon, Richard [1755], *Ensayo sobre l*
México FCE, 1978.

David Ricardo, [1817], *Principios de econo*
1994.

Debreu, G., [1959], *Teoría del valor.*
económico, Bosch, Barcelona 1973.

Dimitriev, V. K., [1904], *Ensayos económi*
utilidad, México, Siglo XXI, 1977.

Dumenil, G. y Lévy D., [1983], "La
dynamique, convergence des prix de march
CEPREMAP, Paris.

Dumenil, G. y Lévy D., [1987], "The Dynan
Classical Analyis", *Cambridge Journal of E*

Dumenil, G. y Lévy D., [1993], *The Econ*
Crises and Historical Tendencies in Capitali

Dumenil, G. y Lévy D., [1995], "Structural Change and Prices of Production", *Structural Change and Economic Dynamics* 6, pág. 397-434.

Egidi, M., [1975], "Stabilità ed instabilità negli scheme sraffiani", en *Economia Internazionale*, núm. 28, pág. 3-41.

Ekelud Jr. R. B. y Hébert R. F., [1992], *Historia de la teoría económica y de su método*, México. Mc Graw Hill.

Fisher, F. M., [1983], *Disequilibrium Foundations of Equilibrium Dynamics*. Cambridge University Press.

Flaschel, P. y Semmler W., [1987], "Classical and Noeclassical Competitive Adjusment Processes", en *The Manchester School*, núm. 55, pág. 13-37.

Franke, R., [1987], *Production Prices and Dynamical Processes of the Gravitation of Market Prices*, Francfort, Peter Lang.

Jevons, W. S., [1881], "Richard Cantillon y la nacionalidad de la economía política," publicado en *Contemporary Review*, reimpreso en los Principles of Economics, Londres, 1905 por Henry Higos, pág. IX-XIII.

Klimovsky, E., [1992], "La teoría del mercado competitivo en Cantillon". *Economía: Teoría y Práctica* No. 2, Nueva época. México, UAM.

Kubin, I., [1989], "Stability in Classical Competition: An alternative to Nikaido's approach, *Zeitschrift für Nationalökonomie/Journal of Economics* 50, 1989, pág. 223-235.

Kubin, I., [1990], "Market Prices and Natural Prices: A Model with a Value Effectual Demand", *Political Economy, Studies in the Surplus Approach*. pág. 175-191.

Kubin, I., [1991], *Market Prices and Natural Prices. A Study in The Theory of The Classical Process of Gravitation*. Frankfurt, Peter Lang.

Leriche, C. y Moreno R., [2000], "Sobre los conceptos clásicos: precio de mercado y precio de producción" *Análisis Económico*, vol. XV, núm. 31, UAM-A, México, pág. 35-58.

Marx, C., [1867], *El Capital*, Tomo I, FCE, 2001.

Morishima, M., [1976], *The Economic Theory of Modern Society*, Cambridge, Cambridge University Press.

Morishima, M., [1977], *Walras economics*, Cambridge, Cambridge University Press.

Nikaido, H., [1978], "Refutation of the D
Marx's Scheme of Reproduction, *University*

Nikaido, H., [1983], "Marx on Competition
43 núm 4.

Nikaido, H., [1996], *Prices, Cycles, an*
Technology, London, England.

Ortiz, E., [1994], *Competencia y crisis en l*
X, México.

Shubik, M., [1984], A *Game Theoretic App*
Cambridge, Mass.

Shubik, M., [1996], *Teoría de juegos*
soluciones, México, FCE.

Smith, Adam [1776], *Investigación sobre la*
naciones, México, FCE 1958.

Sraffa, Piero [1960], *Producción de mercan*
a una critica de la teoria económica, Oikos-

CONTENIDO